

TRIANGOLAZIONE AEREA GRAFICA DI TERRENI PIANEGGIANTI

Comunicazione al VII Congresso Internazionale di Fotogrammetria in Washington

PROF. DR. MARGHERITA PIAZZOLLA BELOCH

I. - In questa nota applico il mio metodo dei piani omografici (1) alla triangolazione aerea di terreni pianeggianti e, in generale, di terreni a pendenza costante.

È importante osservare che questo mio metodo, semplicissimo nell'esecuzione, richiede soltanto la conoscenza di quattro punti noti del terreno e non dipende dalla posizione dei punti di presa, né da altri elementi dell'orientazione delle fotografie da usarsi per la triangolazione.

2. - Ricordiamo che tra una fotografia aerea di un terreno piano e la carta topografica sussiste una corrispondenza omografica. (v. per. es. loc. cit. 1). Sono corrispondenti nell'omografia due punti P' e P_0 della fotografia e della carta topografica relativi ad uno stesso punto P del terreno.

Poiché una omografia è pienamente determinata da quattro coppie di punti corrispondenti, per costruire l'omografia occorre quindi che siano dati quattro punti A_0, B_0, C_0, D_0 , della carta topografica (formanti un quadrangolo), misurati direttamente sul terreno, ai quali corrispondano sulla fotografia, punti (immagine) noti e ben visibili, A', B', C', D' .

Ora io, col metodo a cui sopra ho accennato, ho modificato la costruzione geometrica dell'omografia, data da tutti i testi di geometria proiettiva, rendendola con un artificio, da me ideato, praticamente eseguibile. Con la semplice e facile costruzione grafica che così risulta (2), si può dunque determinare

(1) v. M. PIAZZOLLA BELOCH, *Elementi di Fotogrammetria terrestre ed aerea*. Padova, Cedam, 1933; M. PIAZZOLLA BELOCH, *Metodo grafico aerofotogrammetrico per rilievi topografici di terreni pianeggianti*. «L'Universo», tomo XVII, 1936.

Cfr. anche per maggiori particolari M. PIAZZOLLA BELOCH, *Geometria Descrittiva*, seconda edizione, (Pubblicazioni dell'Istituto di Geometria dell'Università di Ferrara, 1953), Parte X, *Fotogrammetria*.

(2) Per comodità del lettore ricordo qui con poche parole in che cosa consiste questa costruzione, rimandando per ulteriori spiegazioni a *loc. cit.*, (I).

L'artificio della costruzione da me ideato è il seguente: Si prenda come piano della carta topografica un foglio di carta trasparente segnando nelle loro mutue posizioni i punti dati A_0, B_0, C_0, D_0 e si congiunga A_0 con B_0 . Sulla fotografia si congiunga analogamente A' con B' . Si tenga ben fisso il piano della fotografia e si muova il foglio di carta trasparente π fino a sovrapporlo alla fotografia in modo che la retta (indefinita) $A_0 B_0$ si venga a sovrapporre alla retta (indefinita) $A' B'$ e portando in questo movimento il punto A_0 (e con esso B_0) in una posizione opportuna per le costruzioni che si dovranno eseguire senza che A_0 venga a coincidere con A' oppure B_0 con B' . Dopo di che si traccino le rette $A_0 C_0$ e $A' C'$ e sia H il loro punto d'incontro e le rette

di un punto X incognito del terreno, di cui sia visibile sulla fotografia α la immagine X' , il punto corrispondente X_0 della carta topografica π .

3. - Ciò posto, indichiamo dunque con α una prima fotografia aerea presa con asse ottico sufficientemente inclinato, a cui supponiamo di avere applicato la costruzione della figura precedente, noti quattro punti A, B, C, D del terreno. Sia poi β una seconda fotografia dello stesso terreno σ che in parte riproduca una zona comune alla prima, ottenuta da un punto di presa diverso da quello relativo alla prima fotografia, e, come la prima, con asse ottico sufficientemente inclinato.

Per le stesse ragioni di prima i piani, β e π sono omografici, e qui, per determinare l'omografia, non occorrono più nuovi punti *misurati direttamente*. Per costruire l'omografia basterà considerare quattro punti del terreno visibili in ambedue le fotografie (e mai tre in linea retta) di cui la prima fotografia, mediante la costruzione suddetta, fornirà i punti corrispondenti della carta topografica, e procedere com'è per la prima fotografia, applicando la suddetta costruzione.

Così continuando si potrà analogamente prendere una terza fotografia, in parte sovrapposta alla precedente, e operare come sopra, e così via quante se ne vogliono (ognuna in parte sovrapposta a quella che la precede) senza bisogno mai di nuovi punti noti del terreno (3).

Per la successione delle fotografie e per l'entità delle sovrapposizioni si potrà procedere come nella triangolazione radiale, come pure per i controlli.

4. - Eseguito, come sopra indicato, il concatenamento delle successive fotografie, il mio metodo permette per ogni singola fotografia di eseguire il *raddrizzamento grafico per punti*, servendosi degli *assi* della costruzione dell'omografia, già tracciati per il concatenamento della fotografia, che si considera, con la successiva. La determinazione di ogni punto richiede il tracciamento di sole quattro rette. (Anche qui si ricordi il disegno si eseguisce sempre su carta trasparente posta sulla fotografia, come già spiegato).

$A_0 D_0$ e $A' D'$ e sia K il loro punto d'incontro. Si tiri la retta $u = HK$. Similmente si costruisca la retta $v = IJ$, che unisce i punti d'incontro $I = B_0 C_0$, $B' C'$ e $J = B_0 D_0$, $B' D'$. Determinati così gli *assi*, u, v , per trovare il punto incognito X_0 della carta topografica che corrisponde ad un punto X' della fotografia si congiunga X' con A' e con B' e si trovi il punto d'incontro M della retta $X' A'$ con u e il punto d'incontro N della retta $X' B'$ con v . Congiungendo M con A_0 e N con B_0 si otterranno due rette che si segano nel punto X_0 richiesto (v. fig. 2).

Si osservi che nella costruzione precedente eseguita sul foglio trasparente π , i punti della fotografia compaiono e vengono utilizzati in trasparenza. Possiamo anche osservare che per il disegno conviene usare la *positiva* fotografica o un suo ingrandimento. Una volta tracciati gli assi u, v , si possono costruire con speditezza tanti punti quanti si vogliono della carta topografica, sempre che siano ben visibili le loro immagini sulla fotografia.

(3) Si capisce che ogni volta che si accoppia a π una nuova fotografia si devono determinare gli *assi* della costruzione relativa.