

SULLE QUOTE GEOPOTENZIALI E SULLE QUOTE RETTIFICATE UTILIZZATE IN FRANCIA

PROF. G. BOAGA

Ci piace riportare qui di seguito i criteri informativi che sono stati adottati in Francia per passare dalle *quote geopotenziali* provenienti da una compensazione generale, alle *altitudini rettificate*, attualmente messe a disposizione dagli Uffici francesi per i vari usi della tecnica.

L'argomento – che come si può immaginare – è della massima importanza, è stato anche trattato dal Prof. MARTIN al Congresso Internazionale della F.I.G., che ha avuto luogo in Olanda nell'agosto u. s.

Per ben comprendere quanto verrà esposto in seguito conviene rammentare che sino dal settembre 1954, a Roma, alla Assemblea generale dell'Unione geodetica e geofisica internazionale, l'Associazione internazionale di geodesia aveva presa la decisione di considerare per le altezze – dal punto di vista scientifico, tenendo conto del difetto di parallelismo geometrico delle superfici equipotenziali terrestri – un valore che risultasse funzione del valore della accelerazione della forza di gravità misurata alla superficie del suolo.

È noto dalla Geodesia che quando un punto occupa in tempi successivi più posizioni su una superficie equipotenziale o di livello, per esempio sul geoide – superficie di livello passante per un punto medio marino – le gravità corrispondenti alle varie posizioni del punto mobile sulla superficie, sono di valore diverso; ne consegue che le altezze dei punti definite dalle distanze contate sulle verticali dei punti di una superficie di livello a partire dal geoide – superficie di riferimento – non risultano eguali ed, inversamente, tutti punti che presentano la medesima altezza (ortometrica) non giacciono su una stessa superficie di livello.

Le altezze di cui ora si è fatto parola non sono determinabili fisicamente; esse però si possono determinare col calcolo prendendo a base dei conteggi delle formule teoriche approssimate (necessariamente) ed in conseguenza approssimative.

Lo scarto di parallelismo (di cui si è fatto cenno) di due superfici equipotenziali vicine risulta inversamente proporzionale alla gravità. Difatti, se si indica con w la superficie equipotenziale che è stata denominata geoide e con W_p una seconda superficie dello stesso tipo esterna, vicina alla w , in modo che la w risulti interna a W_p e se su W_p si scelgono due punti P_1 e P_2 nei quali le

gravità siano g_1 e g_2 , indicando con H_1 e H_2 su w contate lungo le verticali $P_1 p_1$, $P_2 p_2$ con p_1 e p_2 proiezioni di P_1 e P_2 su w , si ottiene, qualunque sia il cammino impiegato per andare da P_1 a P_2 , la

$$g_1 \cdot H_1 = g_2 \cdot H_2 = \text{costante}$$

e da questa

$$\frac{H_1}{H_2} = \frac{g_2}{g_1}$$

e poiché g_1 è in generale di valore diverso da quello di g_2 , così le altezze H_1 e H_2 sono fra loro in generale pure diverse.

Adottando i simboli differenziali si potrà scrivere:

$$(1) \quad dw = g \cdot dh = \text{costante}$$

Si definisce *quota geopotenziale* e si indica con la lettera C i valori dell'integrale del secondo membro della (1). Simbolicamente:

$$(2) \quad C = \int_s g \cdot dh$$

dove l'integrale è esteso a tutto il tragitto s segnato dalla linea di livellazione. Tale integrale rappresenta il lavoro effettuato dall'unità di massa per passare dalla superficie di riferimento w alla superficie vicina W_p .

Alla (2) si può praticamente sostituire la:

$$(3) \quad C = \frac{1}{2} \Sigma (g_A + g_B) \cdot \Delta (AB)$$

ove g_A e g_B sono le gravità osservate nei due caposaldi A e B e $\Delta (AB)$ rappresenta la differenza di livello fra i caposaldi stessi. Se si impiega, nell'esecuzione della livellazione, il metodo della livellazione dal mezzo, $\Delta (AB)$ è data dalle differenze delle letture in avanti ed in indietro effettuate sulle stadie collocate nei due caposaldi. La sommatoria va estesa a tutte le tratte nelle quali è stata suddivisa la linea di livellazione.

In una riunione della Sezione «*livellazione*» della A.G.I. che ha avuto luogo nel 1955 a Firenze presso l'Istituto Geografico Militare è stato convenuto di adottare la (3) per la determinazione delle quote da utilizzare nella compensazione europea delle reti di livellazione (REUN).

Osserviamo che l'uso della (3) impone la conoscenza della gravità osservata nei vari caposaldi.

Se si determinano i valori di g col calcolo, facendo uso della *gravità teorica* o *normale* corretta per l'altitudine e per il rilievo (correzione di Faye e di Bouguer) è ovvio che non si trovano esattamente i valori che si ottengono misurando direttamente la gravità sul c.s. considerato. La differenza fra detti due valori della gravità, che si indica con la notazione $\Delta g''$, rappresenta la così detta *anomalia gravimetrica*.

La differenza ΔC che si viene a riscontrare fra le quote geopotenziali così calcolate è rappresentato dalla :

$$\Delta C = \frac{1}{2} \Sigma (\Delta g''_A + \Delta g''_B) \cdot \Delta (AB)$$

Essa alle volte può assumere valori superiori a quelli provenienti dagli errori delle osservazioni, soprattutto se si opera in terreni pianeggianti che presentano notevoli anomalie gravimetriche come per es. può accadere in Italia nella zona circostante la città di Ferrara.

Le altezze (*ortometriche*) H dei singoli caposaldi sono definite dalla

$$(4) \quad H = \frac{C}{g}$$

dove g rappresenta il *valore medio della gravità lungo la verticale del caposaldo limitatamente al tratto dal caposaldo al geoide*.

Si vede subito la difficoltà che presenta una buona valutazione della gravità media g interna, e conseguentemente una buona valutazione della gravità media \bar{g} interna, eppertanto una buona determinazione di H .

La questione è stata esaminata in Francia da una apposita Commissione, presieduta dal Prof. TARDI, il quale a nome del Comitato di geodesia e geofisica nazionale francese ha presentato una Nota alla XI assemblea generale dell'U.G.G.I. a Toronto (settembre 1957).

In detta Nota si riafferma la impossibilità di determinare sperimentalmente \bar{g} eppertanto per essa si possono ottenere soltanto dei valori *approssimati*, ed in conseguenza *convenzionali*, basati su ipotesi più o meno semplificate, sulla ripartizione della densità degli strati sotterranei, almeno fino ad una certa profondità. Queste ipotesi portano a dei calcoli che sono equivalenti a quelli che si effettuano per i calcoli dalle *riduzioni topografiche dei valori delle gravità osservate*, e risultano in generale troppo complessi ad incerti per poter essere applicati con qualche interesse per un grande numero di caposaldi appartenenti a estese reti di livellazione.

Appare chiaro allora che la soluzione più semplice sia quella di attribuire a \bar{g} nella (4) un valore *costante* che potrebbe essere: il $g_{0/45^\circ}$, della gravità al livello marino alla latitudine di 45° ; oppure quello $g_0 = 980,665$ Gal adoperato dai meteorologi; oppure un valore che si avvicini a quello medio di tutte

le gravità osservate nel proprio paese; od infine un valore del tutto semplice ed arbitrario come per es. il seguente: $g = 1000$ Gal. Attribuendo un valore costante a \bar{g} per tutta la Terra, per es. il valore g_0 dianzi accennato, le ragioni equatoriali si troverebbero modificate di circa il 2,5 % e per es. per il M.te Cameroun si avrebbe già una differenza di circa 10 m! Adottando per \bar{g} valori diversi variabili da nazioni a nazioni fra loro confinanti, lungo le linee di confine si noterebbero delle differenze, che alle volte potrebbero essere anche molto sensibili e presentare veri inconvenienti soprattutto per linee di livellazioni disposte da S a N estese su altopiani, dove alle eventuali anomalie gravimetriche si aggiungono gli effetti dovuti alla variazione di latitudine. In questi casi si possono perfino avere delle inversioni di segno nelle differenze fra altezze e differenze di livello ed in tale caso si arriverebbe all'assurdo, che *l'acqua verrebbe a muoversi con velocità non trascurabile dal punto più basso a quello più alto!*

Tenendo conto di tutti questi fatti la Commissione ha stabilito di assegnare a ciascuna quota geopotenziale un *fattore locale convenientemente scelto*.

Si è pensato allora di porre

$$\bar{g} = g_P + 0,042 h_P$$

dove g_P rappresenta la gravità osservata nel caposaldo P e h_P la altezza bruta, ossia quella proveniente dalle osservazioni e data dalla:

$$h_P = \sum_n^P (l_a - l_i)_n$$

con l_a e l_i letture alle stadie (aavanti e indietro); $0,042 h_P$ infine rappresenta la cosiddetta *correzione di Helmert* per l'altezza.

Da numerosi confronti effettuati in Francia questa soluzione si è mostrata soddisfacente, tuttavia la Commissione ha voluto accentuare il carattere convenzionale del coefficiente locale, rendendolo indipendente dalle misure gravimetriche locali; e conseguentemente dalle anomalie gravimetriche locali, proponendo la:

$$(5) \quad H_P = \frac{10^6}{\gamma_0 - 0,154 h_P} \cdot C_P$$

e denominando H_P *altitudini rettificatae* per distinguerle da quelle già pubblicate in Francia e ottenute con le formule precedenti.

Nella (5) le H_P vanno espresse in metri, il rispettivo coefficiente rappresenta la metà della variazione della gravità con l'altezza (correzione di Faye), le γ_0 vanno espresse in milligal e rappresentano i valori normali della gravità (essi si possono rilevare dalle Tabelle appositamente costruite e pubblicate nel « *Bulletin Géodésique* » n. 30).

Il fattore che accompagna le quote geopotenziali C_P nelle (5) risulta espresso il Kilogal (mille Gal) ed assume valori del tipo $\frac{1}{0,98 \dots}$.

Per le latitudini 36° e 48° fra le quali è compresa l'Italia e per altezze di 0^m , 100^m , 200^m , 500^m , 1000^m , tale coefficiente assume i seguenti valori:

latitudine 36°		latitudine 48°	
h	coefficiente	h	coefficiente
0	$1/0,980450 = 1,01994$	0	$1/0,980899 = 1,01947$
100	$1/0,980435 = 1,01995$	100	$1/0,980884 = 1,01948$
200	$1/0,980419 = 1,01997$	200	$1/0,980868 = 1,01950$
500	$1/0,980373 = 1,02002$	500	$1/0,980822 = 1,01955$
1000	$1/0,980296 = 1,02010$	1000	$1/0,980745 = 1,01963$

COMUNICAZIONI DEL DIRETTORE DEL « BOLLETTINO »

Le varie Sezioni S. I. F. E. T. svolgeranno anche durante l'anno solare 1959 - il nono anno di attività della Società - la consueta attività culturale mediante conferenze, lezioni, corsi di perfezionamento in Topografia e in Fotogrammetria, visite di istruzione, ecc.

Affinché della predetta attività si possa dare adeguata notizia nelle Rubriche « Vita delle Sezioni », si invitano i Signori Presidenti di Sezione ed i Signori Delegati provinciali, di voler inviare possibilmente alla fine di ogni mese, alla presidenza della S. I. F. E. T. (Via Eudossiana, n. 18 - Roma) brevi relazioni circa le manifestazioni, le riunioni, ecc. che avranno avuto luogo e circa i relativi esiti.