1.5. BIBLIOGRAFIA

A. Marussi: *Sul ripristino di un punto trigonometrico scomparso.* « L'Universo », n. 8, 1938.

A. Marussi: *Sulla precisione che si ottiene nel ripristino di un punto trigonometrico scomparso.* « L'Universo », n. 11, 1938.

A. Marussi: *Risoluzione grafica del problema del ripristino di un punto trigonometrico scomparso.* « L'Universo », n. 6, 1943.

G. Boaga: *Sulla ricerca delle posizioni dei vertici trigonometrici scomparsi.* - Bollettino S.I.F.E.T. n. 1, 1955.

B. Bonifacino: *Sulla soluzione grafica del ripristino di un punto trigonometrico.* « L'Universo », n. 1, 1944.

B. Bonifacino: *Ripristino contemporaneo di due trigonometrici contigui scomparsi.* Comunicazione al V Congresso Nazionale della S.I.F.E.T.

B. Bonifacino: *Il ripristino dei vertici trigonometrici scomparsi mediante misure di distanze.* « Bollettino » n. 2, 1960, della Società Italiana di Fotogrammetria e Topografia.

2. *Calcolo meccanico e problemi topografici.*

2.1. L'impiego sempre piú diffuso del calcolo meccanico ha condotto negli ultimi anni al riesame dei metodi di calcolo adottati nelle triangolazioni, specialmente di quelli inerenti alla determinazione dei trigonometrici di dettaglio e dei punti di riferimento delle coppie nelle operazioni aerofotogrammetriche.

Si è andata cosí creando una moderna prassi che ha reso assai meno frequente il ricorso alle ben note formule classiche, adatte al calcolo logaritmico ed ancora usate dall'operatore isolato che non disponga della macchina calcolatrice.

Gli anzidetti studi, di cui l'iniziatore può considerarsi il Morpurgo (1) sono caratterizzati dal modo comune di impostare i singoli problemi sul calcolo preventivo di punti ausiliari aventi particolari proprietà geometriche.

Non è qui il caso di illustrare le singole soluzioni perché ben note: diremo soltanto che nelle formule risolutive non intervengono generalmente né le lunghezze delle basi di appoggio né le distanze esplicite tra il punto incognito ed i punti noti. L'unificazione degli anzidetti procedimenti con riguardo al caso generale del problema di Marek e derivati fu oggetto di una Comunicazione dello scrivente al VI Convegno di Topografia e Fotogrammetria in Bari; problema consistente, come è noto, nella determinazione simultanea di due punti incogniti da ciascuno dei quali siano visibili l'altro punto incognito ed una coppia di punti noti.

È da notare che i predetti schemi possono riuscire utili nella prassi operativa, specialmente nelle levate aerofotogrammetriche, dove la scelta dei punti di riferimento dipende dalla loro ubicazione sui fotogrammi; onde essi vengono a trovarsi sul terreno in posizione non sempre idonea alle osservazioni, e talora vengono a trovarsi in fondi valle, per cui la loro determinazione può presentare, in certi casi, particolari difficoltà quando non si intenda rinunziare al punto di appoggio.

Gli anzidetti procedimenti possono anche essere condotti secondo la simbologia di Hausbrandt e rimandiamo al riguardo alla nota (6), dove ampiamente sono presi in esame quei problemi topografici che possono presentare maggiore interesse nel campo operativo.

2.2. Ciò premesso, rivolgiamo la nostra attenzione al seguente schema consistente nella determinazione di n punti $P_i \equiv (X_i, Y_i)$ inaccessibili e non visibili da vertici noti, utilizzando due punti ausiliari S e S', visibili l'uno dall'altro, dai quali si vedano rispettivamente le coppie di punti noti $A \equiv (X_A, Y_A)$ e $B \equiv (X_B, Y_B)$, $C \equiv (X_C, Y_C)$ e $D \equiv (X_D, Y_D)$: (Problema del Marek). Tale schema potrà trovare utile impiego nella prassi operativa in regioni estesamente boscose.

Con riferimento alla figura 2 quando siano stati misurati gli angoli α, β, γ, δ si possono calcolare gli angoli:

$$(1) \qquad u = \beta - 180° \qquad v = \beta + \delta - \gamma - 180° \qquad w = \beta + \delta - 180°$$

sia inoltre φ l'azimut ignoto della AS.

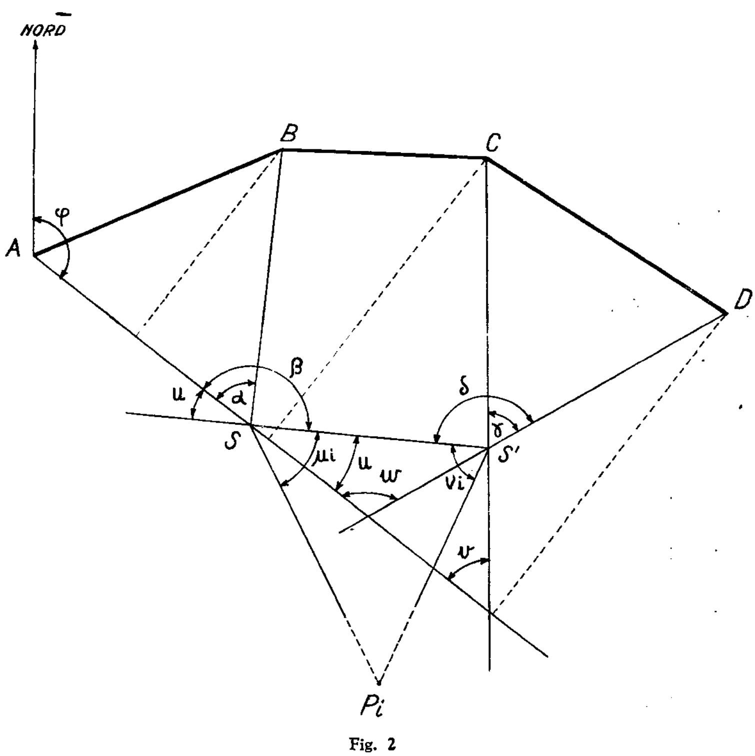

Fig. 2

Incognite del nostro problema sono le coordinate $S \equiv (X_S\ Y_S)$, $S' \equiv (X_{S'}\ Y_{S'})$ incognita ausiliaria la tang φ.

Le formule risolutive (**) sono:

$$(2) \qquad X_S = \frac{X_A \operatorname{tg}\varphi - X_B \operatorname{tg}(\varphi+\alpha) + Y_B - Y_A}{\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}(\varphi+\alpha)}$$

$$Y_S = Y_A + (X_S - X_A) \operatorname{tg}\varphi$$

$$X_{S'} = \frac{X_C \operatorname{tg}(\varphi+v) - X_D \operatorname{tg}(\varphi+w) + Y_D - Y_C}{\operatorname{tg}(\varphi+v) - \operatorname{tg}(\varphi+w)}$$

$$Y_{S'} = Y_S + (X_{S'} - X_S) \operatorname{tg}(\varphi+u)$$

(**) *N. di r.* - Con riferimento alla fig. 2 fra le 5 incognite si possono scrivere le cinque equazioni:

$$5)\quad \begin{aligned} Y_A - Y_S &= (X_A - X_S) \operatorname{tg}\varphi \\ Y_B - Y_S &= (X_B - X_S) \operatorname{tg}(\varphi+\alpha) \\ Y_{S'} - Y_S &= (X_{S'} - X_S) \operatorname{tg}(\varphi+u) \\ Y_C - Y_{S'} &= (X_C - X_{S'}) \operatorname{tg}(\varphi+v) \\ Y_D - Y_{S'} &= (X_D - X_{S'}) \operatorname{tg}(\varphi+w) \end{aligned}$$

Sottraendo la 2ª dalla 1ª si ottiene l'espressione di X_S della 1ª delle 2, sottraendo la 5ª dalla 4ª si ottiene l'espressione di $X_{S'}$ della 3ª.

I valori di Y_S e $Y_{S'}$ possono allora esser calcolati con la 2ª e la 3ª. Occorre evidentemente calcolare: tgφ ed a tal fine scriviamo il sistema così:

$$6)\quad \begin{aligned} &\mathrm{I} \quad (Y_A - Y_S) &&= \operatorname{tg}\varphi\ (X_A - X_S) \\ &\mathrm{II} \quad (Y_B - Y_S) \operatorname{cotg}\alpha - (X_B - X_S) &&= \operatorname{tg}\varphi\ [(X_B - X_S) \operatorname{cotg}\alpha + (Y_B - Y_S)] \\ &\mathrm{III} \quad (Y_{S'} - Y_S) \operatorname{cotg}u - (X_{S'} - X_S) &&= \operatorname{tg}\varphi\ [(X_{S'} - X_S) \operatorname{cotg}u + (Y_{S'} - Y_S)] \\ &\mathrm{IV} \quad (Y_C - Y_{S'}) \operatorname{cotg}v - (X_C - X_{S'}) &&= \operatorname{tg}\varphi\ [(X_C - X_{S'}) \operatorname{cotg}v + (Y_C - Y_{S'})] \\ &\mathrm{V} \quad (Y_D - Y_{S'}) \operatorname{cotg}w - (X_D - X_{S'}) &&= \operatorname{tg}\varphi\ [(X_D - X_{S'}) \operatorname{cotg}w + (Y_D - Y_{S'})] \end{aligned}$$

eseguiamo le operazioni: (I) cotgα — (II), (I) cotg$v$ — (IV), (I) cotg$w$ — (V):

$$7)\quad \begin{aligned} &\mathrm{VI} \quad (Y_A - Y_B) \operatorname{cotg}\alpha + X_B - X_S = \operatorname{tg}\varphi\ [(X_A - X_B) \operatorname{cotg}\alpha - Y_B + Y_S] \\ &\qquad\qquad r - X_S = (r' + Y_S) \operatorname{tg}\varphi \\ &\mathrm{VII} \quad q - X_{S'} - (Y_S - Y_{S'}) \operatorname{cotg}v = \operatorname{tg}\varphi\ [q' + Y_{S'} - (X_S - X_{S'}) \operatorname{cotg}v] \\ &\mathrm{VIII} \quad p - X_{S'} - (Y_S - Y_{S'}) \operatorname{cotg}w = \operatorname{tg}\varphi\ [p' + Y_{S'} - (X_S - X_{S'}) \operatorname{cotg}w] \end{aligned}$$

eseguiamo adesso le operazioni:

(VIII — VII) cotg$u$, (VI — VIII + III) cotg$v$, (VII — VI — III) cotg$w$,

si ha:

$$8)\quad \begin{aligned} &(p - q) \operatorname{cotg}u + (Y_S - Y_{S'}) \operatorname{cotg}u\ (\operatorname{cotg}v - \operatorname{cotg}w) = \\ &\quad = \operatorname{tg}\varphi\ [(p' - q') \operatorname{cotg}u + (X_S - X_{S'}) \operatorname{cotg}u\ (\operatorname{cotg}v - \operatorname{cotg}w)] \\ &(r - p) \operatorname{cotg}v + (Y_S - Y_{S'}) \operatorname{cotg}v\ (\operatorname{cotg}w - \operatorname{cotg}u) = \\ &\quad = \operatorname{tg}\varphi\ [(r' - p') \operatorname{cotg}v + (X_S - X_{S'}) \operatorname{cotg}v\ (\operatorname{cotg}w - \operatorname{cotg}u)] \\ &(q - r) \operatorname{cotg}w + (Y_S - Y_{S'}) \operatorname{cotg}w\ (\operatorname{cotg}u - \operatorname{cotg}v) = \\ &\quad = \operatorname{tg}\varphi\ (q' - r') \operatorname{cotg}w + (X_S - X_{S'}) \operatorname{cotg}w\ (\operatorname{cotg}u - \operatorname{cotg}v)] \end{aligned}$$

che sommate ci danno appunto l'eguaglianza:

$$9)\quad \begin{aligned} &(p - q) \operatorname{cotg}u + (r - p) \operatorname{cotg}v + (q - r) \operatorname{cotg}w = \\ &\quad = \operatorname{tg}\varphi\ [(p' - q') \operatorname{cotg}u + (r' - p') \operatorname{cotg}v + (q' - r') \operatorname{cotg}w] \end{aligned}$$

da cui la 3 per calcolare tangφ.

Nelle quali:

$$(3)\quad \operatorname{tang}\varphi = \frac{(p - q)\operatorname{cotg} u + (r - p)\operatorname{cotg} v + (q - r)\operatorname{cotg} w}{(p' - q')\operatorname{cotg} u + (r' - p')\operatorname{cotg} v + (q' - r')\operatorname{cotg} w}$$

$$\text{con (4)}\quad \begin{array}{ll} p = (Y_A - Y_D \operatorname{cotg} w + X_D & p' = (X_A - X_D)\operatorname{cotg} w - Y_D \\ q = (Y_A - Y_C)\operatorname{cotg} v + X_C & q' = (X_A - X_C)\operatorname{cotg} v - Y_C \\ r = (Y_A - Y_B)\operatorname{cotg}\alpha + X_B & r' = (X_A - X_D)\operatorname{cotg}\alpha - Y_B \end{array}$$

Dopo di che i punti P_i si possono determinare per intersezione in avanti dai punti ausiliari S e S' con formule note.

2.3. Il problema si riporta a due schemi ben noti quando i punti B e C coincidono, e si semplifica ulteriormente allorché dai due ausiliari S e S' siano visibili gli stessi vertici A e B (fig. 3).

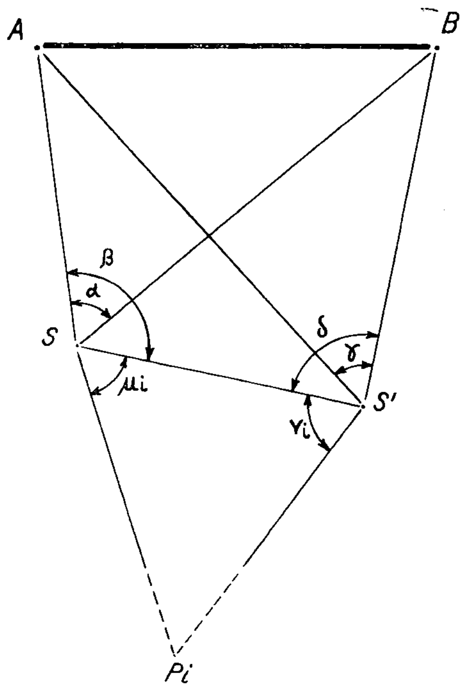

Fig. 3

Quando, anziché il calcolo delle coordinate di due o piú punti incogniti, sia richiesta soltanto la determinazione della distanza fra due punti incogniti, il problema che si presenterà sarà la determinazione della distanza di due punti inaccessibili P_1 e P_2 utilizzando due punti di assegnate coordinate $A \equiv (X_A, Y_A)$, $B \equiv (X_B, Y_B)$ e che non siano visibili da P_1 e P_2. L'ulteriore particolarizzazione per quest'ultimo problema delle formule generali anzidette è ovvia: si può notare che trattandosi, in questo caso, di determinare soltanto la distanza P_1P_2 sarà conveniente seguire il noto procedimento che discende dall'applicazione del teorema di Carnot.

2.4. L'applicazione delle formule precedenti può estendersi al rilevamento rapido di reti a scopi cartografici in regioni coloniali mediante il noto metodo dei razzi luminosi; metodo già applicato per il collegamento della Danimarca e della Norvegia attraverso lo Skager Rake, ed in corso di attuazione fra la Norvegia e le isole Shetland e tra l'Inghilterra e i Paesi Bassi. Siano AB il lato noto di partenza e R_i le posizioni di quattro razzi paracadutati da un aereo agli istanti t_i. Misurando nello stesso istante t_i la direzione a R_i dai punti noti A e B e dai punti incogniti P_1 e P_2, supposti tra di loro visibili, secondo lo schema di cui alla fig. 4, questi si possono determinare con le formule dianzi indicate assumendo per punti di appoggio i punti R_i, questi ultimi determinati per intersezione in avanti dai punti noti.

In pratica gli osservatori, posti nei punti A, B, P_1 e P_2, disporranno di teodoliti fotografici con comando elettrico a distanza per mezzo di impulsi elettrici azionanti un relais, per modo che sarà possibile effettuare simultaneamente le osservazioni ad uno stesso punto

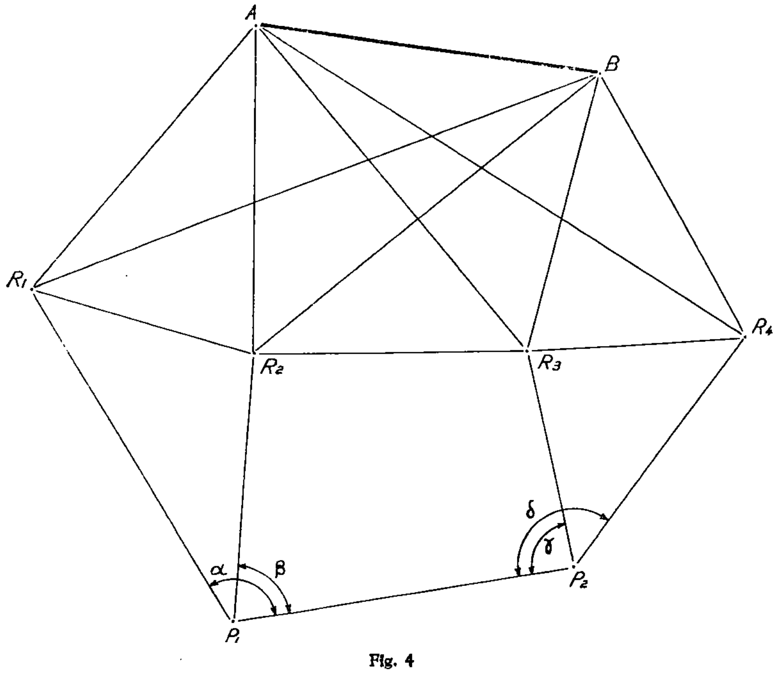

Fig. 4

R_i, creando cosí dei capisaldi istantanei di posizione facilmente calcolabile. Per ridurre gli effetti dell'errore di verticalità sarà conveniente tenere a bassa quota i razzi costituenti i punti R_i; le osservazioni successive a ciascun razzo potranno essere effettuate con la tecnica dell'inversione e potrà inoltre essere opportuno fare determinazioni multiple che si sottoporranno ad adeguate compensazioni; ma non riteniamo di prolungarci su ciò rimandando per i dettagli dell'eventuale applicazione pratica alla nota (5).

Si può ancora osservare che lo schema di cui alla fig. 4 presenta due casi particolari notevoli allorché la prima coppia di punti R_i abbia un punto in comune con la seconda, ovvero quando le due coppie di punti R_i coincidano in un'unica coppia: l'ulteriore particolarizzazione delle formule di cui al paragr. precedente per i casi derivati anzidetti, ben noti, è del tutto ovvia.

2.5. BIBLIOGRAFIA

(1) A. MORPURGO: *Fluchmetode.* Oesterreichische Zeitschrift für Vermessungswesen, 1925.

(2) SCHLÖTZER: *Sul calcolo dell'intersezione all'indietro con la macchina calcolatrice semplice e doppia.* Allgemeine Vermessungs Nachricten, n. 20, 1935.

(3) W. GALKIEWICZ: *Soluzione analitica del problema di Pothénot.* Przeglad mierniczy. Warsawa, n. 5, 1936.

(4) U. BARTORELLI: *Sulla soluzione numerica dei principali problemi di topografia planimetrica mediante l'impiego delle moderne macchine calcolatrici doppie.* Rivista del Catasto e dei SS.TT.EE., n. 5, 1941.

(4) U. BARTORELLI: *Un nuovo problema di topografia planimetrica di utile applicazione nella determinazione numerica dei punti di appoggio per aerofotogrammetria.* Bollettino Geodetico, n. 4, 1942.

(5) G. BIRARDI: *Preparazione topografica d'artiglieria col metodo dei razzi illuminanti.* Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, n. 3, 1954.

(6) A. PAROLI: *Procedimenti e simbologia ausiliaria nei calcoli geodetico-topografici secondo Hausbrandt.* Rivista del Catasto e dei SS.TT.EE., n. 6, 1958.

(7) B. BONIFACINO: *Sulla determinazione numerica con calcolo meccanico dei punti di appoggio per le levate aerofotogrammetriche.* Bollettino di Geodesia e Scienze Affini, n. 1. 1959.