

INTERSEZIONE INVERSA RISOLUZIONE NUMERICA USANDO LA « BRUNSVIGA 13Z DUPLA » COL PROCEDIMENTO DI COLLINS

FRANCESCO ALBANI

1. *Premessa*

La risoluzione della intersezione inversa col procedimento di Collins come appare dalle considerazioni del Le Divelec, a confronto della risoluzione piú in voga nell'impiego della « Brunsviga 13Z Dupla » quella che segue il procedimento del Cassini, offre il vantaggio di sfruttare maggiormente la intersezione diretta. Vedremo qui come caratteristica essenziale della Brunsviga doppia sia, per i calcoli topografici, la possibilità di « eguagliamento », che dà una grande celerità al calcolo. Illustrerò inoltre un modello di calcolo predisposto per queste operazioni.

Con riferimento ai richiami del Le Divelec risulta:

a) il punto di Collins è ottenuto per intersezione diretta da A e B o da B e C ;

b) l'azimut gaussiano (o anomalia) $(C C_1)$ o $(C_2 A)$ è uguale all'azimut gaussiano (PC) o (PA) ;

c) attraverso gli angoli misurati α e β si possono calcolare gli altri azimut delle direzioni concorrenti in P , per cui anche il punto P è ottenuto per intersezione diretta da A e B o da B e C .

2. *Impiego della Brunsviga 13Z Dupla - Espressioni analitiche.*

La macchina calcolatrice doppia è stata costruita in particolar modo per risolvere celermente il problema dell'intersezione diretta usufruendo delle operazioni di uguagliamento, per cui è evidente il vantaggio di poter impiegare tale macchina risolvendo il problema dell'intersezione inversa usufruendo del punto di Collins.

Le espressioni analitiche idonee per l'impiego della macchina calcolatrice doppia derivano da quelle che si impiegano con la macchina semplice per risolvere il problema dell'intersezione diretta (A , B punti

noti, P punto da determinare, (AP) , (BP) azimut gaussiani noti, e precisamente:

$$N_P = \frac{-(E_A - E_B) + N_A \operatorname{tg}(AP) - N_B \operatorname{tg}(BP)}{\operatorname{tg}(AP) - \operatorname{tg}(BP)} \quad (1)$$

$$E_P = (N_P - N_A) \operatorname{tg}(AP) + E_A \quad (2)$$

$$E_P = (N_P - N_B) \operatorname{tg}(BP) + E_B \quad (3)$$

nelle quali i valori delle X sono contraddistinti con la lettera N ed i valori delle Y , resi positivi con l'adozione di una costante, sono contraddistinti con la lettera E (proiezione conforme di Gauss-Boaga).

Se nella espressione (2) si aggiunge e si toglie la stessa quantità: $N_B \operatorname{tg}(AP)$ si ottiene

$$\begin{aligned} E_P &= E_A - (N_A - N_B) \operatorname{tg}(AP) - (N_B - N_P) \operatorname{tg}(AP) \\ E_P &= E_B - (N_B - N_P) \operatorname{tg}(BP) \end{aligned} \quad (4)$$

Il valore di E_P , usufruendo della macchina calcolatrice doppia, si ottiene dall'uguagliamento delle quantità note:

$$E_A - (N_A - N_B) \operatorname{tg}(AP) \text{ ed } E_B$$

in funzione di un multiplo, secondo uno stesso fattore $Q = (N_B - N_P)$, rispettivamente di $\operatorname{tg}(AP)$ e di $\operatorname{tg}(BP)$.

Eseguito l'uguagliamento si leggono rispettivamente nei totalizzatori della macchina calcolatrice doppia il valore di E_P e nel contatore fattori di valore di N_P .

3. Descrizione della macchina (fig. 1).

La macchina calcolatrice doppia Brunsviga è costituita:

1. Da due macchine calcolatrici semplici (t_s, I_s, T_s e t_d, I_d, T_d) che possono essere abbinate attraverso la leva C ;

1.1. I due quadranti d'impostazione (I_s, I_d) permettono la trascrizione dei numeri di 10 cifre per mezzo di piccole leve.

1.2. I settori di trascrizione (t_s, t_d) indicano i numeri impostati.

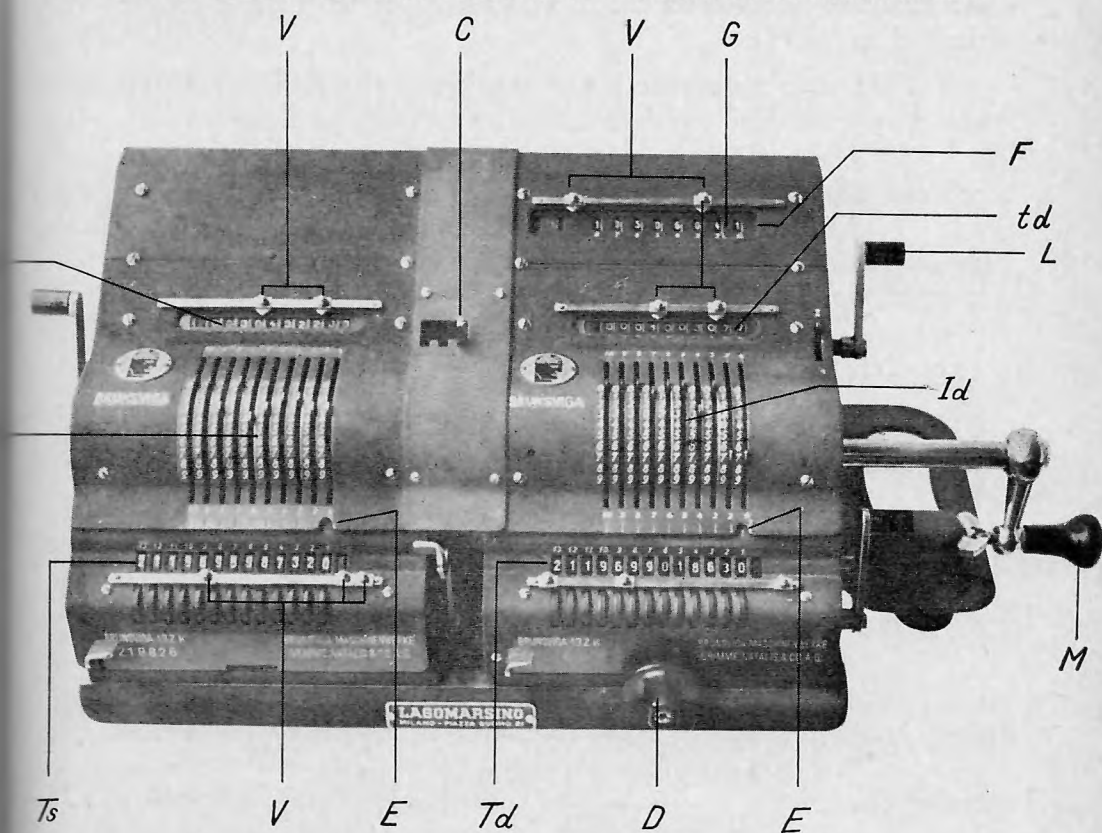
1.3. I totalizzatori (T_s, T_d) permettono di registrare i risultati costituiti di 13 cifre.

1.4. La leva C (su richiamata) può subire 3 spostamenti e precisamente:

a) nella posizione di sinistra, per cui le due macchine calcolatrici lavorano contemporaneamente e nello stesso senso (come indicato dalle frecce), azionando la manovella M sia nel senso destrorso che sinistrorso;

- b) nella posizione centrale, per cui lavora solo la macchina di destra;
 c) nella posizione di destra (quella della fig.), per cui le due macchine lavorano contemporaneamente, ma in senso contrario (come indicato dalle frecce), qualunque sia il senso di azione della manovella M .

2. Dal contatore fattori F sul quale si possono formare numeri di 8 cifre azionando la manovella M . Tali cifre si presentano di color bianco se la manovella M è azionata nel senso destrorso, di colore rosso in caso contrario. Una volta formato in F le cifre sia di colore bianco



che di colore rosso, il colore non cambia anche se la manovella M è azionata in senso contrario.

3. Da una manovella L , azionabile solo verso l'operatore, che può riportare a zero sia le piccole leve di I_s , I_d (e quindi le cifre che compaiono in t_s , t_d) sia le cifre che compaiono in F . Tale doppia cancellazione si verifica qualora la piccola leva, che appare vicino alla manovella L , sia posta nella posizione 2. Ponendo tale leva nella posizione 1 l'azione della manovella L produce la cancellazione delle sole cifre che

compaiono in F ; ciò può essere utile nel caso che la manovella M sia stata azionata erroneamente in senso contrario a quello dovuto.

4. Da un tasto D trasportatore del carrello dei totalizzatori. La posizione di tale carrello rispetto alla posizione iniziale 1 è segnalata dalle cifre che compaiono nelle due piccole finestre E e corrispondentemente a un indice G in F , collegato al carrello dei totalizzatori.

5. Da piccoli cursori mobili v che hanno funzione di « virgola » per facilitare le impostazioni in F , t_s , t_a e per facilitare le letture dei risultati in T_s , T_a .

6. Da altre manovelle che compaiono nella foto il cui impiego non è necessario ai nostri fini. Tali manovelle permettono:

- a) di cancellare i risultati in T_s e T_a (le due in basso situate ciascuna alla destra rispettivamente di T_s , T_a);
- b) di riportare a zero le piccole leve di I_s , I_a (e quindi le cifre che compaiono in t_s , t_a) senza cancellare le cifre in F qualunque sia la posizione della leva L .

4. Descrizione del modello di calcolo.

Nello specchio n. 1 è predisposto il calcolo delle coordinate medie dello strumento in P usufruendo di 5 punti noti. Il modello può es-

Specchio n° 1	A Monte X	B Monte Y	C Monte Z	D Monte Y <small>ex centro su P con origine Monte Y</small>	E Monte X <small>ex centro su P con origine Monte X</small>
	$l_3(AR) = 1.482.173$	$l_3(BR) = 0.142.284$			
	$E_A = 708.126.27$	$E_B = 706.933.82$	$E_C = 709.630.16$	$E_D = 706.930.28$	$E_E = 708.126.27$
	$N_A = 098.1210.16$	$N_B = 103.376.21$	$N_C = 106.182.81$	$N_D = 103.373.20$	$N_E = 098.1210.16$
	$l_3(AP) = +0.152.324$	$l_3(BP) = +1.514.633$	$l_3(CP) = +0.244.318$	$l_3(DP) = +1.519.171$	$l_3(EP) = +0.152.433$
	$(PA) = 209.63.57$	$(PB) = 262.85.13$	$(PC) = 151.25.50$	$(PD) = 62.176.50$	$(PE) = 91.63.05$
	Direz. = 794.38.07	Direz. = 247.59.63	Direz. = 0	Direz. = 324.48.53	Direz. = 301.81.55
	Az. Orig. = 1.51.25.50	Az. Orig. = 1.51.25.50	Az. Orig. = 1.51.25.50	Az. Orig. = 1.38.27.97	Az. Orig. = 1.07.61.50
	$E_B = 706.933.82$	$N_B = 103.376.21$	$E_C = 709.630.16$	$N_C = 106.182.81$	$E_P = 709.125.84$
	$E_A = 708.126.27$	$N_A = 098.1210.16$	$E_D = 707.1609.13$	$N_D = 98.152.96$	$E_P =$
	$\Delta E = 1.179.32$	$\Delta N = 5.106.03$	$\Delta E = 2.1020.41$	$\Delta N = 2.126.93$	$N_P = 104.764.10$
	$l_3(AB) = 0.233.727$	$\alpha = 12.61.70$			$N_P =$
	$(AB) = 382.38.30$	$(BA) = 785.38.30$	$l_3(PC) = 0.244.318$		$E_P = 709.125.28$
	$+ \beta = 152.40.37$	$+ \alpha + \beta = 205.16.93$	$\alpha =$		$E_P = 709.125.56$
	$(AR) = 137.78.67$	$(BR) = 391.00.23$	$(PC) = 151.25.50$		$N_P = 104.764.06$
					$N_P =$

$\alpha = 53.21.56$
 $\beta = 152.40.37$
 $\alpha + \beta = 205.61.93$

piegare secondo la pannellografia per i calcoli altimetrici.

COORDINATE MEDIE dello strumento in P

Modello di calcolo relativo al problema di Snellius (macchina doppia) - F. Albani -

R = PUNTO DI COLLINS
 $E_p = E_A - (N_A - N_p) l_3(AP) - (N_B - N_p) l_3(BP)$
 $E_p = E_B$

sero utilizzato anche per l'intersezione mista. Nel caso d'intersezione mista i punti D ed E sono punti di stazione.

Nella prima pagina del modello (specchio n. 1) è predisposto il calcolo degli azimut gaussiani (AR), (BR) in funzione di (AB), (BA) ed il calcolo dell'azimut gaussiano (PC) in funzione delle coordinate E_R , N_R del punto di Collins. Sono predisposti inoltre due rapportatori rispettivamente nel sistema sessagesimale e centesimale (le direzioni, nell'esempio in oggetto, sono nel sistema centesimale) per il riporto schematico della posizione reciproca fra P ed i punti noti, ed infine sono richiamate:

- a) figure schematiche;
- b) espressioni analitiche relative alla macchina doppia (4);
- c) tabella che indica la posizione della leva C (frecce) ed il colore dei numeri in F (ossia il movimento iniziale della manovella M) in relazione ai segni delle tangenti degli azimut gaussiani noti.

5. Calcolo delle coordinate del punto di Collins attraverso le operazioni di uguagliamento.

I valori delle tangenti di (AR) e (BR) sono trascritti in corrispondenza delle coordinate di A , B per un piú razionale e rapido impiego della macchina calcolatrice doppia. Si ha cioè dallo specchio n. 1 i dati seguenti:

A Monte X	B Monte Y
tg (AR) — 1,482 113	tg (BR) — 0,142 284
E_A 708 126,21	E_B 706 932,82
N_A 98 210 16	N_B 103 316 21

Le operazioni per ottenere le coordinate del punto di Collins (E_R N_R) impiegando la macchina calcolatrice doppia saranno illustrate attraverso 12 schemi. Conoscendo il numero delle cifre dopo la virgola, sia dei valori delle tangenti che delle coordinate, e tenendo presente che nelle espressioni (4) figurano anche i prodotti degli N per i valori delle tangenti, si possono predisporre nella macchina calcolatrice i cursori mobili che hanno funzione di virgola, come appare nei 12 schemi seguenti e precisamente:

- 2 cifre in F (cifre decimali nei valori di N);
- 6 cifre in t_s e t_a (cifre decimali nei valori delle tangenti);
- 8 cifre in T_s e T_a (cifre decimali, relative al valore di E , che risultano dalla somma delle cifre decimali contenute sia in N che nelle tangenti).

Ciò premesso abbiamo:

Schema 1. — Trascrizione in t_s e t_a (usufruendo delle leve in I_s e I_a) rispettivamente delle coordinate E_A ed E_B iniziando la trascrizione da destra verso sinistra (viene esclusa la cifra 7 della quale sarà tenuto conto al termine dei calcoli):

$$\begin{array}{lll} G = E = 7 & C = s \uparrow \uparrow d & F: 0.0.0.0.0.0,0.0. \\ t_s = 0.0.0.0,8.1.2.6.2.1. & & td: 0.0.0.0,6.9.3.2.8.2. \\ T_s = 0.0.0.0.0,0.0.0.0.0.0.0. & & Td: 0.0.0.0.0,0.0.0.0.0.0.0. \end{array}$$

Schema 2. — Riporto in T_s e T_a di tali valori con il carrello dei totalizzatori nella posizione che dà luogo in E alla cifra 7, per ottenere 8 cifre decimali come già prefissato (anche in F l'indice G segnala la cifra 7). Tale riporto è ottenuto a mezzo la manovella M ruotata nel senso destrorso e con la leva C disposta in corrispondenza delle frecce rappresentate nello stesso senso:

$$\begin{array}{lll} G = E = 7 & C = s \uparrow \uparrow d & F = 01000000 \text{ (bianco)} \\ t_s = 0000,812621 & & td = 0000,693282 \\ T_s = 08126,21000000 & & Td = 06932,82000000 \end{array}$$

Schema 3. — Cancellazione delle cifre in F , t_s , t_a a mezzo la manovella L (leva in 2); (anche le leve in I_s , I_a sono tornate nella posizione iniziale):

$$\begin{array}{lll} G = E = 7 & C = s \uparrow \uparrow d & F = 00000000 \\ t_s = 0000000000 & & td = 0000000000 \\ T_s = 08126,21000000 & & T_a = 06932,82000000 \end{array}$$

Schema 4. — Formazione in F del valore di N_A . Poiché i valori di $tg (AR)$ e $tg (BR)$ sono negativi, dalla tabella riportata nel modello di calcolo risulta che le due macchine, secondo le frecce, devono lavorare nello stesso senso. Nella tabella, inoltre, è anche specificato il colore delle cifre in F (colore rosso), perciò la manovella M deve essere azionata in senso sinistrorso:

$$\begin{array}{lll} G = E = 1 & C = s \uparrow \uparrow d & F = 098210,16 \text{ (rosso)} \\ t_s = 0000000000 & & t_a = 0000000000 \\ T_s = 08126,21000000 & & T_a = 06932,82000000 \end{array}$$

Schema 5. — Trascrizione in t_s del valore di $tg (AR)$ e trasformazione in F del valore di N_A in N_B (formato che sia il valore di N_A con il colore indicato dalla tabella, tutte le successive trasformazioni avvengono con lo stesso colore). Con la trasformazione di N_A in N_B

risulta totalizzato in T_s il risultato delle operazioni: $E_A - (N_A - N_B) \cdot \text{tg}(AR)$ che figurano nella prima delle espressioni (4). Infatti è:

$$N_A - N_B = -5106,05; (N_A - N_B) \text{tg}(AR) = +7567,74308365$$

(in quanto $\text{tg}(AR)$ è negativa) per cui

$$E_A - (N_A - N_B) \text{tg}(AR) = 00558,46691635$$

è il valore che risulta in T_s :

$$\begin{array}{lll} G = E = 1 & C = s \uparrow \uparrow d & F = 103316,21 \text{ (rosso)} \\ t_s = 0001,482113 & & t_a = 0000000000 \\ T_s = 00558,46691635 & & T_a = 06932,82000000 \end{array}$$

Schema 6. — Trascrizione in t_a del valore di $\text{tg}(BR)$:

$$\begin{array}{lll} G = E = 7 & C = s \uparrow \uparrow d & F = 103316,21 \text{ (rosso)} \\ t_s = 0001,482113 & & t_a = 0000,142284 \\ T_s = 00558,46691635 & & T_a = 06932,82000000 \end{array}$$

Schema 7. — Da questo momento iniziano le vere e proprie operazioni di uguagliamento. Infatti, come appare dallo schema 6 allo schema 12, il valore in F di 103316,21, cioè il valore di N_B ottenuto trasformando il valore di N_A in N_B (sch. 5), viene a sua volta trasformato, spostando di volta in volta il carrello da 7 ad 1, in modo da raggiungere in T_s e T_a due valori uguali.

$$\begin{array}{lll} G = E = 6 & C = s \uparrow \uparrow d & F = 098316,21 \text{ (rosso)} \\ t_s = 0001,482113 & & t_a = 0000,142284 \\ T_s = 07969,03191635 & & T_a = 07644,24000000 \end{array}$$

Schema 8.

$$\begin{array}{ll} G = E = 5 & F = 098516,21 \\ T_s = 07672,60931635 & T_a = 07615,78320000 \end{array}$$

Schema 9.

$$\begin{array}{ll} G = E = 4 & F = 098556,21 \\ T_s = 07613,32479635 & T_a = 07610,09184000 \end{array}$$

Schema 10.

$$\begin{array}{ll} G = E = 3 & F = 098558,21 \\ T_s = 07610,36057035 & T_a = 07609,80727200 \end{array}$$

Schema 11.

$$\begin{array}{ll} G = E = 2 & F = 098558,61 \\ T_s = 07609,76772515 & T_a = 07609,75035840 \end{array}$$

Schema 12.

$$\begin{array}{ll} G = E = 1 & F = 098558,62 \\ T_s = 07609,75290402 & T_a = 07609,74893556 \end{array}$$

Per quanto mostrato analiticamente dalle (4) l'uguagliamento, dopo aver effettuato l'operazione: $E_A - (N_A - N_B) \operatorname{tg}(AR)$, è ottenuto da:

$$(N_B - N_R) \operatorname{tg}(AR) \qquad (N_B - N_R) \operatorname{tg}(BR)$$

(il segno viene automaticamente rispettato attraverso le indicazioni della tabella riportata sul mod. di calcolo), per cui il valore ottenuto in F al termine dell'uguagliamento è il valore di N_B trasformato in N_R ed il valore ottenuto in T_s , T_d è il valore di E_R .

Nello schema 12 è riportato il valore raggiunto dall'uguagliamento e cioè il valore medio di $E_R = 707609,75$ m (tenendo conto della cifra 7 tolta all'inizio dei calcoli) ed il valore di $N_R = 98558,62$ m.

6. *Calcolo delle coordinate medie di P ed operazioni di controllo con la macchina doppia.*

Ottenuto il valore delle coordinate di R (punto di Collins), si determina il valore dell'azimut gaussiano (PC) (specchio n. 1).

Eseguendo la differenza: (PC) - direzione PC , si determina il valore dell'azimut gaussiano dell'origine la cui somma con le direzioni osservate dà luogo agli altri corrispondenti azimut gaussiani in P (nell'esempio riportato il punto C era stato prescelto in campagna come punto origine delle osservazioni; la coincidenza è puramente casuale).

I valori delle tangenti di (PA) , (PB) , (PC) sono indicati nel modello di calcolo come $\operatorname{tg}(AP)$, $\operatorname{tg}(BP)$, $\operatorname{tg}(CP)$ (il segno è lo stesso trattandosi di angoli supplementari) e trascritti al disotto delle corrispondenti coordinate, per rendere agevole e meccanica l'impostazione di tali valori sulla macchina calcolatrice doppia, come mostrato attraverso il calcolo delle coordinate di R .

In funzione di $\operatorname{tg}(AP)$, $\operatorname{tg}(BP)$ si determinano le coordinate di P , ripetendo le operazioni già illustrate attraverso i 12 schemi.

Per controllare che non sussistono errori nel calcolo di (PC) , si esegue il calcolo delle coordinate di P introducendo anche C con A o B (in corrispondenza del primo valore di E_P , N_P è richiamato il doppio calcolo). Può accadere, infatti, di commettere qualche errore durante il calcolo di (PC) e tale errore può non essere messo in evidenza nemmeno attraverso il calcolo delle coordinate di P ottenute usufruendo del 4° e 5° punto di controllo (D, E) , come invece si ammette operando con la macchina calcolatrice semplice.

Il calcolo di controllo è immediato, usufruendo della macchina mente differirà nei decimetri per cui le operazioni di uguagliamento calcolatrice doppia, in quanto non è necessario rieseguire le opera-

zioni di uguagliamento ma basta trasformare direttamente il valore di N_B in N_P (già noto) e verificare che in T_s , T_d risultino uguali i valori di E_P . Usufruendo invece di D , E (sia nel caso dell'intersezione inversa che mista, come nel calcolo in oggetto) il risultato necessariamente differirà nei decimetri per cui le operazioni di uguagliamento si eseguono solo per le ultime cifre di N_P .

Nella seconda pagina del modello di calcolo (specchio n. 2) è predisposto il calcolo degli azimut gaussiani fra punti noti nel caso di intersezione mista o di sola intersezione diretta.

7. Calcoli Altimetrici e trasporto di coordinate con la macchina doppia.

I calcoli altimetrici ed il trasporto delle coordinate sono pure eseguiti nella seconda pagina del modello (specchio n. 2).

sin(PA)	sin(PB)	sin(PC)	sin(PD)	sin(PE)
cos(PA)	cos(PB)	cos(PC)	cos(PD)	cos(PE)
E A	E B	E C	E D	E E
E p	E P	E p	E p	E p
Δ E	Δ E	Δ E	Δ E	Δ E
N A	N B	N C	N D	N E
N p	N p	N p	N p	N p
Δ N	Δ N	Δ N	Δ N	Δ N
Z	Z	Z	Z	Z
ctg Z	ctg Z	ctg Z	ctg Z	ctg Z
Δ h	Δ h	Δ h	Δ h	Δ h
+35%Δz	+35%Δz	+35%Δz	+35%Δz	+35%Δz
+Δ1-ΔM	+Δ1-ΔM	+Δ1-ΔM	+Δ1-ΔM	+Δ1-ΔM
Δ H	Δ H	Δ H	Δ H	Δ H
Q ^{1a} nota	Q ^{1a} nota	Q ^{1a} nota	Q ^{1a} nota	Q ^{1a} nota
Q ^{1a} deter	Q ^{1a} deter	Q ^{1a} deter	Q ^{1a} deter	Q ^{1a} deter

Celli ^{1a}	Celli ^{2a}	Celli ^{3a}	Celli ^{4a}	Celli ^{5a}
Δ1= ΔM=	Δ1= ΔM=	Δ1= ΔM=	Δ1= ΔM=	Δ1= ΔM=

Specchio n° 2

CALCOLO DEGLI AZIMUT GAUSSIANI FRA PUNTI NOTI			
R	Monte Vex. centica	Monte X. in centica	
S	Monte V	Monte X	
E	713 423 76	725 060 98	
S	706 934 28	708 126 21	
Δ E	+ 6 489 50	+ 16 934 77	
N	098 061 13	098 120 11	
N	103 213 20	098 210 16	
Δ N	- 4 453 07	- 2 089 33	
g ₀	1.457 637	8 105 281	
α	61.7203	92.18 50	
RS	138.2797	107.81 50	

Da	Da
Su	Su
Origine	Celli ^{1a}
Circ ^{1a}	Δ1 ΔM
Az. Or ^{1a}	Z
(Da Su)	ctg Z
sin(Da Su)	D. c/52
cos(Da Su)	Δ1-ΔM
Distanza	Δ H

TRASPORTO DELLE COORDINATE E DELLA QUOTA				
P	E	N	Q ^{1a}	PP
	D. sin(Da Su)	D. cos(Da Su)	Δ H	
P	E	N	Q ^{1a}	PP
	D. sin(Da Su)	D. cos(Da Su)	Δ H	
P	E	N	Q ^{1a}	PP
	D. sin(Da Su)	D. cos(Da Su)	Δ H	

Punto { _____ }

Per i calcoli altimetrici ricordiamo che la distanza gaussiana PA può essere ottenuta con le espressioni:

$$PA = \frac{\Delta E_{PA}}{\sin(PA)} = \frac{\Delta N_{PA}}{\cos(PA)} \tag{5}$$

e che il valore più attendibile è quello ottenuto introducendo in calcolo il sin. o cos. in valore assoluto maggiore.

Piegando la 1° pagina del modello secondo la punteggiata i valori necessari per il calcolo di una delle (5) risultano raggruppati facilitando il compito al calcolatore (specchio 4).

Ricordiamo ancora che il dislivello ΔH_P^A , con la misura della zenitale in P , è espresso da:

$$\Delta H_P^A = \Delta I_P - \Delta M_A + \text{Sctg } z_P^A + \beta S^2 \sin^2 z$$

Specchio n° 4		A Monte X		B Monte Y		C Monte Z		D Monte V		E Monte X	
		da		da		da		da		da	
		$f_9(\text{AR})$	-1.482.113	$f_9(\text{BR})$	-0.162.284	E_C	709.630.16	E_D	706.934.28	E_E	708.126.21
		E_A	708.126.21	E_B	706.934.28	N_C	706.1828.27	N_D	703.313.20	N_E	098.210.16
		N_A	098.210.16	N_B	703.316.21	N_C	706.1828.27	N_D	703.313.20	N_E	098.210.16
		$f_9(\text{AP})$	+0.152.524	$f_9(\text{BP})$	+1.514.633	$f_9(\text{CP})$	+0.244.318	$f_9(\text{DP})$	+1.510.177	$f_9(\text{EP})$	+0.152.440
		(PA)	209.63.57	(PB)	262.85.13	(PC)	15.25.50	(PD)	62.76.50	(PE)	9.63.05
		$\sin(\text{PA})$	0.988.568	$\sin(\text{PB})$	0.634.523	$\sin(\text{PC})$	0.971.427	$\sin(\text{PD})$	0.833.775	$\sin(\text{PE})$	0.988.580
		$\cos(\text{PA})$	0.152.524	$\cos(\text{PB})$	0.766.932.18	$\cos(\text{PC})$	0.211.227	$\cos(\text{PD})$	0.566.822	$\cos(\text{PE})$	0.152.440
		E_A		E_B	706.932.18	E_C		E_D	706.934.13	E_E	
		E_P		E_P	709.125.16	E_P		E_P	709.125.16	E_P	
		ΔE		ΔE	2.192.18	ΔE		ΔE	2.191.13	ΔE	
		N_A	098.210.12	N_B		N_C	106.1828.12	N_D		N_E	098.210.12
		N_P	704.764.17	N_P		N_P	704.764.17	N_P		N_P	704.764.17
		ΔN	6.155.19	ΔN		ΔN	2.1064.17	ΔN		ΔN	6.155.19
		Z	105.54.50	Z	112.95.93	Z	132.34.15	Z	87.79.35	Z	94.41.38
		$\text{ctg } z$	0.087.322	$\text{ctg } z$	0.204.786	$\text{ctg } z$	0.556.822	$\text{ctg } z$	2.203.922	$\text{ctg } z$	0.087.974
		Δh	+ 576.180	Δh	+ 538.100	Δh	+ 1182.198	Δh	+ 535.182	Δh	+ 583.122
		$+ \beta S^2 \sin^2 z$	+ 3.103	$+ \beta S^2 \sin^2 z$	+ 0.148	$+ \beta S^2 \sin^2 z$	+ 0.137	$+ \beta S^2 \sin^2 z$	+ 0.148	$+ \beta S^2 \sin^2 z$	+ 3.103
		$+ \Delta I - \Delta M$	+ 120	$+ \Delta I - \Delta M$	- 0.180	$+ \Delta I - \Delta M$	+ 1120	$+ \Delta I - \Delta M$	+ 2.159	$+ \Delta I - \Delta M$	- 2.181
		ΔH	+ 583.103	ΔH	+ 537.160	ΔH	+ 1184.149	ΔH	+ 537.193	ΔH	+ 582.190
		Q^{nota}	1466.116	Q^{nota}	1421.129	Q^{nota}	2068.09	Q^{nota}	1421.29	Q^{nota}	1466.116
		Q^{def}	883.173	Q^{def}	883.167	Q^{def}	883.160	Q^{def}	883.166	Q^{def}	883.126

tenendo presente:

a) che attraverso il ΔI_P rimane definito a quale altezza è stato situato il centro dello strumento rispetto al piano di paragone (PP) della stazione;

b) che attraverso il ΔM_A rimane definito a quale linea di mira in A si riferisce la zenitale misurata in P ;

c) che la distanza ellissoidica S si ottiene dal rapporto PA/m indicando con m il modulo di deformazione lineare relativo alla proiezione conforme di Gauss-Boaga, noto attraverso apposite tavole.

Il calcolo del dislivello parziale: $PA \text{ ctg } z_P^A$ è ottenuto, impiegando la macchina doppia, direttamente in T_s usufruendo di una delle espressioni (5). Nello schema 13 risulta impostato in T_a il ΔN_{PA} , trascritto in t_a il $\cos(PA)$ e trascritto in t_s la $\text{ctg } z_P^A$.

Schema 13.

$$\begin{aligned} G &= E = 7 & C &= s \downarrow \uparrow d & F &= 00000000 \\ t_s &= 0000,087322 & & & t_a &= 0000,988568 \\ T_s &= 00000000000000 & & & T_a &= 6553,9000000000 \end{aligned}$$

Schema 14.

$$\begin{aligned} G &= E = 1 & C &= s \downarrow \uparrow d & F &= 06629,690 \text{ (rosso)} \\ t_s &= 0000,087322 & & & t_a &= 0000,988568 \\ T_s &= 0578,917790180 & & & T_a &= 0000,000616080 \end{aligned}$$

Con la leva C disposta in corrispondenza delle frecce rappresentate in senso contrario, avviene che eseguendo il quoziente: $\Delta N_{PA} / \cos (PA)$ (numeri rossi in F) la macchina di sinistra lavora a sommare (moltiplicazione) e, pertanto, mentre in F si ottiene il valore di $PA = 6629,690$ (schema n. 14), in T_s si ottiene il valore del dislivello parziale in funzione della distanza gaussiana e precisamente 578,917790180.

Non è necessario prestabilire le virgole, in tali calcoli, in quanto tenendo presente che il valore di PA è dello stesso ordine di grandezza del ΔN_{PA} (o ΔE_{PA}), è facilmente individuabile in F il numero delle cifre decimali da sommare alle sei di $\text{ctg } z$ per dedurre le cifre intere del dislivello ottenuto in T_s (infatti per $\Delta N_{PA} = 6553,9$ è $PA = 6629,690$ per cui la virgola in T_s è fra 9 e 10). Per ottenere il valore del dislivello parziale in funzione della distanza ellissoidica S , si deve tener presente che ai fini altimetrici basta conoscere, nell'ambito della zona di calcolo, un valore medio chilometrico di trasformazione.

Trasformando perciò il valore di PA in $S = 6628,300$ (schema 15) si ottiene in T_s il definitivo valore del dislivello parziale di 578,80.

Schema 15.

$$\begin{array}{lll} G = E = 1 & C = s \downarrow \uparrow d & F = 06628,300 \text{ (rosso)} \\ t_s = 0000,087322 & & t_a = 0000,988568 \\ T_s = 0578,796412600 & & T_a = 0001,374725600 \end{array}$$

In modo analogo è stato operato per gli altri punti ottenendo la quota media al suolo di 883,39 m.

Con riferimento allo schema 14 si fa notare che il valore di 616080 in T_a rappresenta il resto del quoziente: $\Delta N_{PA} / \cos (PA)$.

Trasformando direttamente in F il valore di PA in S , risulta necessariamente variato anche il valore del resto come si scorge dallo schema 15. Ciò non ha nessuna importanza in quanto il risultato che interessa è il dislivello parziale ottenuto in T_s . Se la distanza ellissoidica S fosse stata di 6630,000, in T_a si sarebbe ottenuto un valore negativo dato da 9999694160000 (che non interessa) ed in T_s il valore del dislivello, che interessa, di 578,944860000.

Il calcolo dei ΔE e ΔN dallo strumento in P ai relativi punti di appoggio fotogrammetrici (PA), od al punto principale od al trigonometrico, non dà luogo a particolari considerazioni. Si fa solo notare che trascrivendo rispettivamente in t_s e in t_a il \sin (Dasu) e \cos (Dasu) e formando in F (numeri bianchi) il valore della distanza D (leva C disposta in corrispondenza delle frecce rappresentate nello stesso senso), si ottengono contemporaneamente il ΔE in T_s ed il ΔN in T_a .

ottiene l'uguagliamento considerando il numero di cifre di cui agli schemi precedenti.

Attraverso gli schemi 16, 17, 18 è mostrato il risultato del calcolo d'intersezione diretta qualora si introducano i seguenti valori:

$$\begin{array}{ll} E_A = 90\,699,96 & E_B = 98\,970,69 \\ N_A = 350\,552,65 & N_B = 350\,916,29 \\ \text{tg}(AP) = -0,342\,450 & \text{tg}(BP) = -848,826\,000 \end{array}$$

Trascrivendo i valori di A nella macchina di sinistra non si verifica nessuna difficoltà nelle operazioni di uguagliamento, in quanto è $\text{tg}(AP) = 0,342\,450$. Dato però il valore assoluto di $\text{tg}(BP)$ di 848,8 la variazione di 1 cm in N_P (schema 16) produce differenze notevoli in T_a per E_P , come si scorge attraverso gli schemi 17 e 18.

Schema 16.

$$\begin{array}{ll} G = E = 1 & C = s \uparrow \uparrow d & F = 350926,18 \text{ (rosso)} \\ t_s = 0000,342450 & & t_a = 0848,826000 \\ T_s = 90572,04465150 & & T_a = 90575,80086000 \end{array}$$

Schema 17.

$$\begin{array}{ll} T_s = 90572,04807600 & F = 350926,17 \text{ (rosso)} \\ & T_a = 90584,28912000 \end{array}$$

Schema 18.

$$\begin{array}{ll} T_s = 90572,04122700 & F = 350926,19 \text{ (rosso)} \\ & T_a = 90567,31260000 \end{array}$$

Il valore in T_a risulterebbe uguale a quello ottenuto in T_s qualora in F si potessero ottenere anche i millimetri, decimi e centesimi di millimetro. Nel calcolo in oggetto l'uguagliamento in T_s e T_a lo si raggiunge infatti per $N = 350926,18443$ m.

In tal caso, dato che l'approssimazione necessaria e sufficiente da raggiungere è il cm, il valore di E_P è quello in T_s dello schema 16, e di N_P il corrispondente valore in F di 350926,18 m.

Si considera cioè per E il valore medio che si forma nella macchina nella quale è stata impostata la tangente di valore assoluto minore, rispetto ai valori di E che si ottengono in corrispondenza dell'altra macchina (schemi 17 e 18).

Se i valori su riportati si impostano invertiti, si ottiene in T_s , trasformando N_A in N_B (trasformando cioè in tal caso 350916,29 in 350552,65) il valore di 07637,77664000, per cui risulta molto difficoltoso iniziare l'uguagliamento. Se invece tale calcolo rappresenta un calcolo di controllo e cioè il valore di N_P è già noto, è facile verificare, con tale esempio, quanto già richiamato e cioè la non necessità di

eseguire l'uguagliamento attraverso le varie trasformazioni, ma imporre direttamente il valore di N_P trasformando il valore di N_B .

Poiché nel modello di calcolo descritto gli elementi relativi a ciascun punto noto sono stati incolonnati, viene eliminata qualsiasi difficoltà di impostazione qualunque siano i due punti da dover usufruire, di volta in volta, per l'intersezione diretta, rispetto ai 5 punti noti a disposizione, oppure il doppio, usufruendo di un secondo modello.

BIBLIOGRAFIA

- F. ALBANI: *Sull'orientamento della tavoletta pretoriana ottenuto con determinazione di punti ausiliari*. « L'Universo », n. 4, 1942.
- F. ALBANI: *Condizioni di optimum per l'orientamento della tavoletta pretoriana col metodo dei punti ausiliari (Risoluzione grafica del problema di Snellius)*. Bollettino Geodetico de « L'Universo », n. 1, 1948.
- F. ALBANI: *L'orientamento della tavoletta pretoriana ottenuto risolvendo graficamente il problema della doppia intersezione inversa*. « Bollettino S.I.F.E.T. », n. 1, 1951.
- F. ALBANI: *Sull'applicazione dell'intersezione laterale nella determinazione numerica dei punti di appoggio fotogrammetrici e dei punti principali per la restituzione alla scala di 1 : 25 000*. Comunicazione al IV Convegno Nazionale della S.I.F.E.T. « Bollettino S.I.F.E.T. », n. 3, 1955.
- F. ALBANI: *I problemi dell'intersezione inversa (problema semplice e composto di Snellius e problema di Hansen) risolvibili, sul piano di Gauss-Boaga, con la sola intersezione diretta, attraverso il problema composto di Snellius risolto senza determinare il rapporto dei seni degli angoli x ed y* . Comunicazione al V Convegno Nazionale della S.I.F.E.T. (Palermo, 30-31 marzo, 1 aprile 1957).
- F. ALBANI: *Rapporto per la III Commissione della « Federation International des Géomètres »: anno 1958:*
 « Les problèmes de l'intersection inverse inverse résolus en Italie, sur la plan de Gauss-Boaga, profitant exclusivement de l'intersection direct. La résolution numérique est ultérieurement simplifiée par l'emploi de matrices percées ».
 « The inverse intersection questions resolved in Italy, on the Gauss-Boaga's plane, exclusively by means of forward intersection. The numerical resolution is furthermone simplified by use a particular punching card ».
- F. ALBANI: *I problemi di Snellius e di Hansen introdotti, operando sul piano di Gauss-Boaga, nei calcoli di compensazione*. Comunicazione al VI Convegno Nazionale della S.I.F.E.T. « Rivista del Catasto e dei SS.TT.EE. », anno XII, n. 6, 1958.
- F. ALBANI: *Sulla determinazione numerica dei punti di appoggio fotogrammetrici usufruendo, sul piano di Gauss-Boaga, di particolari punti ausiliari*. « Bollettino S.I.F.E.T. », n. 1, 1961.