

# Notizie sulla precisione intrinseca dei concatenamenti dedotta sperimentalmente

*(Comunicazione presentata all'VIII Convegno della SIFET - Roma 1963)*

Dott. GIOVANNA TOGLIATTI

Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria del Politecnico di Milano

Da parecchi mesi è in corso presso il Centro di Addestramento e Studi Fotogrammetrici del Politecnico di Milano un esperimento inteso a valutare la precisione del concatenamento analitico fra i modelli di una strisciata in funzione della posizione e del numero dei punti che vengono utilizzati per eseguire l'orientamento relativo ed il trasporto di scala.

Questo problema si può porre soltanto nell'ambito della fotogrammetria numerica che consente una maggiore libertà nella scelta e nel numero di tali punti, a differenza della fotogrammetria analogica, in cui essi sono in generale 5 o 6, in posizioni ben stabilite.

Lo studio si può suddividere in tre fasi distinte. La prima, puramente teorica, analizza gli errori medi dei parametri di orientamento in funzione del numero dei punti che si sono usati e della loro posizione sul modello. Essa non comporta effettive misure sulle lastre, ma soltanto lo studio di diversi schemi geometrici, la cui struttura determina il valore delle ausiliarie del peso degli incogniti parametri di orientamento, ossia dei coefficienti che permettono di ottenere gli errori medi delle incognite stesse, una volta noti i valori degli errori accidentali di misura.

I risultati ottenuti e le modalità dell'esperimento sono già stati pubblicati sul Bollettino di Geodesia e Scienze Affini e ci si limiterà qui soltanto a qualche richiamo<sup>1</sup>.

La seconda fase dello studio riguarda l'analisi della precisione intrinseca di effettive strisciate, ossia dei valori delle parallasse residue dopo l'orientamento relativo e delle discordanze fra modelli.

Infine, la terza parte, relativa alla valutazione delle deformazioni di ogni strisciata, richiede un esame degli errori sui punti noti. Trattandosi di materiale di studio, essi vengono distribuiti in gran numero su tutta l'area ricoperta dalla strisciata stessa.

Vogliamo ora dare un breve cenno di come la seconda fase del lavoro è stata impostata. I risultati numerici a cui si è arrivati verranno pubblicati in seguito.

Il concatenamento fra fotogrammi è stato eseguito con metodo analitico che prevede la risoluzione contemporanea di due tipi di equazioni: equazioni che esprimono l'annullamento della parallasse in un punto del modello e che contengono

---

<sup>1</sup> G. TOGLIATTI: « Influenza del numero e della posizione dei punti sulla precisione dei parametri dell'orientamento relativo » - Bollettino di Geodesia e Scienze affini - Anno XXI, n. 3, 1962.

come incognite i 5 parametri dell'orientamento relativo; equazioni che impongono una quota nota ad un punto del modello e che quindi contengono come incognita anche la scala del modello.

Nella fotogrammetria analogica le due operazioni del concatenamento e del trasporto di scala sono eseguite indipendentemente una dall'altra: nel programma analitico che si è usato, entrambi i tipi di incognite sono ricavati insieme. Inoltre non vi sono limitazioni al numero di equazioni che possono essere usate, purché naturalmente si preparino adatte istruzioni per la macchina calcolatrice. Il programma da noi usato prevede un massimo di 18 equazioni alle parallassi e di 6 equazioni alle quote. Gli scarti ottenuti risolvendo il sistema con i minimi quadrati saranno parallassi residue se provengono dal primo tipo di equazioni o scarti in quota se provengono da equazioni del secondo tipo.

Passiamo ora ad esaminare lo schema di collimazioni adottato. La ricerca teorica e la determinazione delle ausiliarie del peso aveva portato a concludere che disponendo uniformemente 9, 12 o 18 punti sul modello, si possono ridurre gli errori medi del 10, 20, 30% rispettivamente, rispetto a quelli che si avrebbero con sei punti. Inoltre, con 12 o 18 punti di orientamento si può ottenere una riduzione del 30 e 42% qualora essi siano scelti secondo lo schema classico a gruppi di due o tre molto vicini fra loro.

Questi risultati valgono nella ipotesi, non certamente verificata in pratica, che gli errori di orientamento relativo abbiano natura esclusivamente accidentale. Considerando l'influenza di altre cause come, ad esempio, della distorsione residua, può darsi che una diversa distribuzione dei punti di orientamento risulti più conveniente.

Quest'ultima indagine non è stata per il momento ancora impostata; nello studio sperimentale già eseguito si sono concentrati i punti intorno alle posizioni classiche anziché distribuirli sul modello, secondo lo schema seguente:

in fig. 1 sono rappresentati tre fotogrammi consecutivi. Su ciascuno di essi venivano misurate le coordinate di 27 punti, situati in modo tale che su ogni modello se ne trovino 18 a gruppi di 3 vicini fra loro, nelle posizioni classiche; 9 dei 18 punti appartengono anche al modello seguente. Lo schema scelto ha permesso di eseguire l'orientamento o con 18 punti per modello o con 6, scegliendo cioè un punto da ogni gruppetto, come indica la fig. 1.

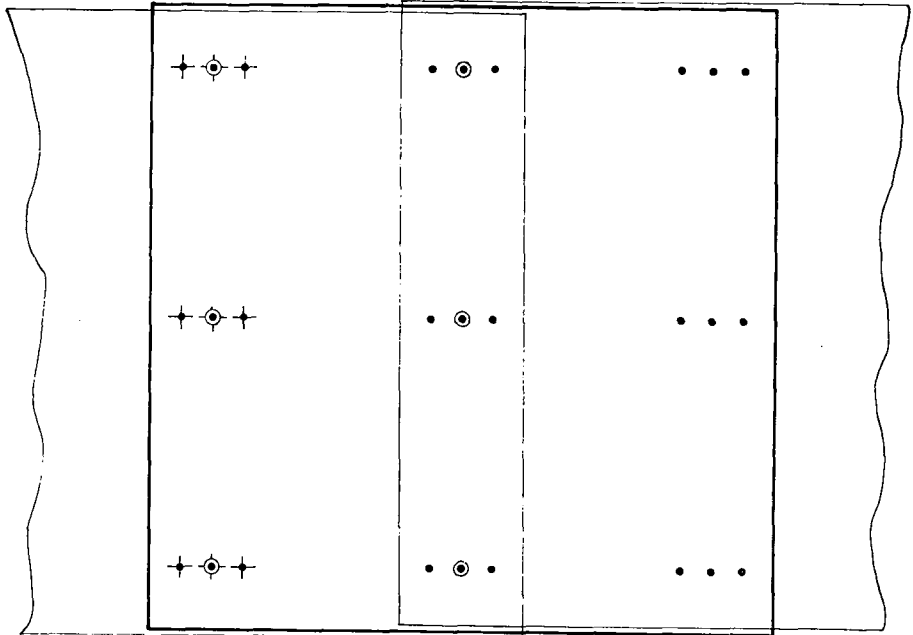
Per il trasporto di scala si sono usati i punti indicati con una crocetta in numero di 6 o 3 rispettivamente, oppure un punto in prossimità del nadir del fotogramma di sinistra, a seconda del tipo di calcolo delle strisciate.

Riassumendo, con le stesse misure di una strisciata si sono calcolati i concatenamenti nei seguenti modi:

Equazioni alle quote	Equazioni alle parallassi
1	6
3	6
1	18
6	18

In tutti i quattro casi si sono restituiti tutti i 18 punti che appartengono ad ogni modello.

Si intendono per discordanze o rotture le differenze fra i due valori delle coordinate dei 9 punti situati nella zona di sovrapposizione fra modelli consecutivi. Le coordinate di questi punti vengono calcolate infatti due volte: la prima nella restituzione del modello di sinistra, in funzione degli elementi di orientamento che competono al fotogramma centrale di fig. 1; la seconda durante la restituzione del modello di destra e quindi introducendo gli elementi di orientamento relativi al fotogramma successivo al precedente.



- Posizione dei punti usati per i concatenamenti 18-1; 18-6
- ⊙ Posizione dei punti usati per i concatenamenti 6-1; 6-3
- ⊕ Posizione dei punti usati per il trasporto di scala 18-6
- ⊕⊙ Posizione dei punti usati per il trasporto di scala 6-3

Fig. 1.

Schema dei punti collimati su ogni lastra e di quelli usati nei diversi tipi di calcolo di strisciata

L'entità delle rotture è un indice di come due modelli successivi si sono concatenati fra di loro. Bisogna notare che le equazioni per il trasporto di scala impongono già una minimizzazione delle rotture in 1, 3 o 6 di quei 9 punti collimati nella striscia di sovrapposizione sopra menzionata.

La collimazione di 27 punti per lastra (e naturalmente di tutti i punti di controllo e di collegamento fra strisciate) ha richiesto circa 2 ore e mezza per fotogramma, mentre se se ne fossero collimati soltanto sei come si fa normalmente sarebbe bastata mezz'ora.

I calcoli del concatenamento eseguiti sul calcolatore elettronico IBM 650 hanno richiesto in media 15 minuti per fotogramma per le strisciate 18-6 e 18-1 e 5 mi-

nuti per fotogramma per le strisciate 6-3 e 6-1. È evidente che anche di questi dati si dovrà tener conto nel decidere quale dei procedimenti usati sia preferibile.

I risultati ottenuti, che costituiscono una massa notevole di materiale (circa 60 000 schede IBM), devono essere ancora compiutamente studiati. Da una prima analisi si può ritenere che il valore della parallasse residua ottenibile sia in media di circa 7  $\mu\text{m}$ . Solo nelle strisciate 6-1 si hanno parallassi residue molto minori che però sono prive di significato perché vi è una sola equazione esuberante rispetto al numero minimo di 5 che avrebbe portato a parallassi residue nulle.

Le rotture in  $x$  sono in ogni caso molto piccole e nei quattro tipi di concatenamento non si possono notare dei miglioramenti sensibili.

Per quanto riguarda le rotture in  $y$  e  $z$  si può notare che nel passaggio 6-1, 18-1 l'aumento della precisione nella formazione del modello, quale risulta dal confronto delle rotture, dovuto a quello nell'orientamento relativo è notevolmente inferiore a quanto si era trovato teoricamente, nella ipotesi di soli errori accidentali.

L'unica spiegazione di questo fatto è che ci siano degli errori sistematici notevoli nella misura delle  $y$  e quindi delle parallassi di altezza; ad esempio una distorsione differenziale che, non essendo nota, non può venire corretta, deformazioni del film, errori nella vite del comparatore. La conclusione è che prendere parecchi punti di orientamento nella posizione in cui li abbiamo presi noi non porta a sensibili vantaggi. Resta aperto il problema che studieremo prossimamente, se prendendo i punti distribuiti in modo opportuno sulla lastra si possano ottenere dei risultati migliori.

Le rotture vengono invece ridotte in modo notevolissimo in quei concatenamenti in cui il trasporto di scala è fatto usando più punti distribuiti nella zona di sovrapposizione fra modelli.

È evidente che questo risultato è stato ottenuto proprio grazie al metodo usato, che determina gli elementi di orientamento anche in funzione del legame fra modelli successivi. Si potrebbe pensare che il procedimento operasse una forte deformazione del modello, creando parallassi residue di notevole entità. Invece vediamo che la continuità fra modelli viene ottenuta a spese di un irrisorio aumento di parallasse.

Fra l'altro le conseguenze di un eventuale errore di misura o di registrazione sono molto diverse se per il trasporto di scala si usano più punti invece di uno.

C'è da aggiungere che i concatenamenti 6-3 e 18-6 riducono gli scarti più grossi lasciando quasi invariati i più piccoli: la curva degli scarti assume quindi un aspetto molto più uniforme e regolare.

Non riteniamo in questo momento di poter trarre conclusioni sulla opportunità di scegliere un tipo di concatenamento piuttosto di un altro. Ci manca infatti ogni informazione sui risultati che si possono ottenere disponendo i punti di orientamento uniformemente sul modello e, soprattutto, un'analisi sulla precisione della restituzione dei punti noti. Entrambe le cose verranno prossimamente studiate.