2.1.2. - INFLUENZA DELLE VARIAZIONI LATERALI

Supponiamo ora che siano variati i lati a e b rispettivamente di da e db. L'incremento di c è dato dalla seguente relazione:

$$(c + \mathrm{d}c) = (b + \mathrm{d}b) \cos \alpha \pm \sqrt{(a + \mathrm{d}a)^2 - (b + \mathrm{d}b)^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}$$

che sviluppata tenendo conto della **3** dà

$$\frac{\mathrm{d}c}{c} = \frac{\mathrm{d}b}{b} \pm \frac{a}{c} \sqrt{2\frac{\mathrm{d}a}{a} + \frac{\mathrm{d}\alpha^2}{a^2} - 2\frac{\mathrm{d}b}{b} - \frac{\mathrm{d}b^2}{b^2}} \qquad \mathbf{6}$$

Ammettendo che i valori assoluti degli errori di a e di b siano uguali, allora si hanno i seguenti due casi:

$$\mathrm{d}b = \mathrm{d}a \text{ oppure } \mathrm{d}b = -\mathrm{d}a$$

Nel primo caso il radicale è reale solo se $b > a$ e d$a > 0$; nel secondo caso il radicale è reale solo se da è > 0.

Nell'espressione sotto radice possiamo trascurare, rispetto a quelli di primo ordine, i termini del secondo e perciò si hanno le due seguenti espressioni dell'errore relativo di c nei due casi precedenti:

$$\frac{\mathrm{d}c}{c} = \frac{\mathrm{d}b}{b} \pm \frac{a}{c} \sqrt{2\mathrm{d}a \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} \qquad \mathbf{7}$$

oppure

$$\frac{\mathrm{d}c}{c} = \frac{\mathrm{d}b}{b} \pm \frac{a}{c} \sqrt{2\mathrm{d}a \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)} \qquad 8$$

In questa espressione il primo termine è sempre di ordine superiore al secondo e perciò trascurabile. L'errore assoluto di c risulta perciò nei due casi:

$$\mathrm{d}c = a \sqrt{2\mathrm{d}a \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} \qquad \mathrm{d}c = a \sqrt{2\mathrm{d}a \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)}$$

2.1.3. - ERRORI RELATIVI ED ASSOLUTI

Per una conformazione dei triangoli lontana dalle condizioni critiche (vedi 2.1.4.) lo studio dell'influenza degli errori di misura sulla precisione dei risultati può essere compiuto usando l'espressione **2** che, opportunamente semplificata, dà l'errore relativo dovuto ad errori di misura angolari e piú precisamente:

$$\frac{\eta_c}{c} = \frac{\dfrac{b}{c} \operatorname{sen} \alpha}{1 - \dfrac{b}{c} \cos \alpha} \; \eta_\alpha \qquad \mathbf{9}$$

L'errore assoluto di c, dovuto ad un error medio η_l di misura dei lati, è dato da:

$$\eta_{cl} = \left(\frac{1}{1 - \dfrac{b}{c} \cos \alpha} \sqrt{1 + 2 \left(\frac{b}{c} \right)^2 - 4 \frac{b}{c} \cos \alpha + \cos^2 \alpha} \right) \eta_l \qquad \mathbf{10}$$

Le espressioni **9** e **10** risultano in funzione dell'angolo α e del rapporto $\dfrac{b}{c}$.

Per quanto riguarda l'andamento degli errori angolari è stata predisposta la tabella I, a doppia entrata, calcolata per valori discreti di $\dfrac{c}{b}$ e di α, considerando $\eta_\alpha = 1'$.

TABELLA I

Errori relativi di c in ‰ (per $\eta_\alpha = 1'$)

$\frac{c}{b}$ \ α°	0,1	1	2	3	5	10	20	30	α° / $\frac{b}{c}$
5	0,000	0,001	0,002	0,003	0,006	0,011	0,023	0,032	0,2
2	0,001	0,005	0,009	0,014	0,023	0,046	0,088	0,188	0,77
1,3	0,003	0,016	0,031	0,047	0,077	0,149	0,265	0,312	0,5
1	—	4,8	9,3	6,9	7,8	3,6	1,89	1,2	1
0,77	0,003	0,021	0,405	0,062	0,114	0,215	0,512	1,081	1,3
0,5	0,002	0,010	0,019	0,028	0,047	0,096	0,205	0,334	2
0,2	0,001	0,006	0,011	0,017	0,029	0,059	0,120	0,189	5