I TEMI SCRITTI E GRAFICI DEL CONCORSO H/II/66 PER CATTEDRE DI TOPOGRAFIA E DISEGNO TOPOGRAFICO NEGLI ISTITUTI TECNICI PER GEOMETRI

ATTILIO SELVINI
Istituto di Geodesia, Topografia e Fotogrammetria del Politecnico di Milano

1. — Nel quadro dei compiti statutari della nostra Società, tra i quali v'è quello di « perfezionare la cultura professionale degli iscritti », si è ritenuto utile presentare — nelle pagine che seguono — la soluzione ed il commento ai temi assegnati all'ultimo concorso per cattedre di topografia e disegno topografico nei nostri Istituti Tecnici per Geometri. Se sarà possibile, verranno pubblicati e commentati anche i temi che verranno proposti nei futuri concorsi, nonchè agli esami di abilitazione all'insegnamento.

2. — I temi previsti per la prova scritta (svoltasi il 16 gennaio 1967) sono i seguenti:

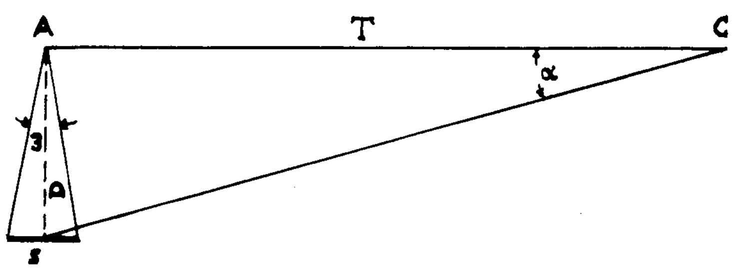
1° TEMA - Descrivere: le condizioni di rettifica ottica, meccanica ed ottico-meccanica negli strumenti topografici moderni; i metodi di verifica e le operazioni di rettifica.

2° TEMA - Descritto schematicamente il metodo distanziometrico ad angolo parallattico variabile, utilizzando goniometro e stadia orizzontale:

1° - si deduca l'espressione m_D dello scarto quadratico medio nella determinazione della distanza D dovuto ad uno s.q.m. m_ω nella misura reiterata dell'angolo parallattico ω.

2° - supposto m_ω = 1" ed utilizzando una stadia di lunghezza S = 2,000 m semplificare l'espressione di m_D prima dedotta e poi calcolarne il valore per D = 100 m.

3° - si voglia misurare una distanza T piuttosto grande con l'uso di una base ausiliaria D, normale a T (come da figura in calce). A tale scopo si sono misurati gli angoli in A e C sottesi rispettivamente dalla stadia S e da D. Si deduca l'espressione dello scarto m_T nelle precedenti ipotesi di m_ω e di S, e poi si calcoli il suo valore per T = 500 m e D = 40 m.



3° TEMA - Si desidera determinare la costante diastimometrica C e la costante addittiva in un cannocchiale non anallattico. A tale scopo si sono eseguite letture alla stadia dell'intervallo H per due distanze prefissate e misurate direttamente.

Determinare i valori numerici delle due costanti e l'errore quadratico medio dei valori trovati.

1ª distanza 18,70 m		2ª distanza 95,47 m	
H_1 =	0,180 »	H_2 =	0,949 »
	0,181 »		0,950 »
	0,179 »		0,952 »
	0,181 »		0,948 »
	0,182 »		0,948 »
	0,180 »		0,946 »
	0,179 »		0,952 »
	0,182 »		0,951 »

Per tutti i temi, venne stabilito lo stesso tempo di ore 8. La sorte assegnò ai candidati il tema n. 2.

3. — Intanto, conviene dire che ognuno dei tre temi proposti dalla Commissione, ben si addice ad una prova di concorso per cattedre: come prescritto, il livello della trattazione dei varî argomenti è quello universitario. Nel merito poi dei singoli argomenti, mi pare che tutt'e tre le prove siano relativamente facili: la seconda e la terza formano di solito oggetto d'esercitazione al terzo anno di ingegneria civile, nel quadro dell'insegnamento della topografia. Il primo tema, che forse può sembrare più facile degli altri due, si presta in realtà a saggiare sino in fondo quale sia la conoscenza che il candidato ha in fatto di strumenti topografici. Infatti, nonostante che il tema si riferisca agli strumenti di attuale produzione, inevitabili sono i confronti, nello svolgimento dell'elaborato, con gli strumenti di costruzione meno recente. Se non altro per mettere in risalto i pregi che gli attuali apparati possiedono sia dal punto di vista operativo che da quello della precisione ottenibile, nonchè per la stabilità temporale delle condizioni di rettifica loro imposte in sede di montaggio. Buon tema, dunque, il primo, che tra l'altro offre la possibilità anche di giudicare la dimestichezza che il concorrente può avere nel manipolare ad esempio le formule relative agli errori residui (verticalità, orizzontalità, collimazione). Non ne parlerò oltre, in queste righe; anche perchè esistono ottime trattazioni in materia, a qualunque livello (1).

4. — Il secondo tema, quello estratto, merita invece un più lungo discorso. Anche questo, pur essendo a mio giudizio assai semplice, permette di accertare la confidenza che il candidato possiede con gli argomenti proprî della teoria degli errori; nonchè la sua abilità nel manipolare e semplificare le formule. Mi pare poi che permetta anche di giudicare (attraverso gli esempi numerici proposti) del suo senso critico: infatti, eventuali errori di calcolo, che comportino valori inaccettabili dell'e.q.m. sulle distanze proposte, sono facilmente rilevabili dal candidato avveduto e quindi — dato il tempo messo a disposizione, assai largo — altrettanto facilmente eliminabili con una revisione dei calcoli. La soluzione del lavoro è la seguente.

4.1 — Deduzione dell'e.q.m. m_D nella determinazione della distanza D: la distanza è fornita da:

$$D = \frac{S}{2} \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2}$$

(Ometto la prima parte, descrizione del metodo, per quanto già detto al punto 3: si veda ad es. la nota (2)).

L'errore q.m. sarà (errore di funzione di quantità direttamente osservate):

$$m_D^2 = m_\omega^2 \left(\frac{\partial D}{\partial \omega}\right)^2$$

potendosi ritenere S priva di errore.

La derivata parziale della distanza rispetto all'angolo parallattico è:

$$\frac{\partial \frac{S}{2} \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2}}{\partial \omega} = - \frac{S}{2} \cdot \frac{1}{2 \operatorname{sen}^2 \frac{\omega}{2}} = - \frac{S}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2}\right)$$

per cui si ha:

$$m_D = \pm \frac{1}{2} m_\omega \frac{S}{2} \left(1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2}\right)$$

Nel caso che sia S = 2,000 m, la formula si semplifica come segue:

$$m_D = \pm \frac{1}{2} m_\omega \left(1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2}\right) = \pm \frac{1}{2} m_\omega (1 + D^2) \cong \pm \frac{1}{2} m_\omega D^2$$

essendo: $D^2 \gg 1$

4.2 — Supposto che sia: $m_\omega = 1'' = 0^r{,}0000048$; S = 2,000 m; si calcola m_D per D = 100 m:

$$m_{100} = \pm 2{,}4 \cdot 10^{-6} (1 + D^2) \cong \pm 2{,}4 \cdot 10^{-6} \cdot D^2 \cong \pm 2{,}4 \cdot 10^{-2}$$

sarà perciò:

$$m_{100} = \pm 0{,}024 \text{ m}$$

4.3 — Determinata la distanza T come da figura, si vuol dedurre l'espressione dell'e.q.m. m_T nelle ipotesi precedenti; e se ne vuol conoscere l'ammontare per T = 500 m e D = 40 m.

Intanto sarà:

$$T = D \operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{ctg} \frac{\omega}{2} \operatorname{ctg} \alpha$$

perciò si ottiene:

$$m_T^2 = m_\omega^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \omega}\right)^2 + m_\alpha^2 \left(\frac{\partial T}{\partial \alpha}\right)^2$$

essendo però $m_\omega = m_\alpha$ si avrà:

$$m_T^2 = m_\alpha^2 \left[\left(\frac{\partial T}{\partial \omega}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial \alpha}\right)^2\right]$$

Ora sarà:

$$\frac{\partial T}{\partial \omega} = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \alpha \left(1 + \operatorname{ctg}^2 \frac{\omega}{2}\right) = -\frac{T}{2D}(1 + D^2) \cong -\frac{TD}{2}$$

essendo, come al punto 4.1: $D^2 \gg 1$.

Sarà inoltre:

$$\frac{\partial T}{\partial \alpha} = -\operatorname{ctg} \frac{\omega}{2} (1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha) = -D \left[1 + \left(\frac{T}{D}\right)^2\right] \cong \frac{T^2}{D}$$

da cui si ha:

$$m_T = \pm m_\alpha \left[\frac{1}{4} T^2D^2 + \frac{T^4}{D^2}\right]^{1/2} = \pm m_\alpha T \left[\frac{D^2}{4} + \left(\frac{T}{D}\right)^2\right]^{1/2}$$

e nel caso in esame:

$m_{500} = \pm 4,8 \cdot 10^{-6} \cdot 500\ (400 + 156,5)^{1/2} = \pm 5,6 \cdot 10^{-2} = \pm 0,056$ m

5.1 — Il terzo tema è analogo al secondo. Anche qui si tratta di determinare l'e.q.m. di funzioni di quantità osservate. La determinazione delle due incognite C ed a è immediata, non appena si siano calcolati i valori medi degli intervalli H_1 ed H_2 relativi alle due distanze misurate direttamente (e ritenute prive d'errore). Naturalmente è sottinteso che le osservazioni alla stadia, siano state fatte a visuale orizzontale, per cui è: $\text{sen}^2 z = 1$.

Si riassumono brevemente di seguito le formule risolutive ed i valori trovati col calcolo.

5.2 — Per la determinazione dei valori medi e degli e.q.m., sono assai utili le tabelline qui sotto riportate:

H_1

o	v	vv
80	—0,5	0,25
81	0,5	0,25
79	—1,5	2,25
81	0,5	0,25
82	1,5	2,25
80	—0,5	0,25
79	—1,5	2,25
82	1,5	2,25
[o] = 644	[v] = 0,0	[vv] = 10,00

H_2

o	v	vv
49	—0,6	0,36
50	0,4	0,16
52	2,4	5,76
48	—1,6	2,56
49	—0,6	0,36
46	—3,6	12,96
52	2,4	5,76
51	1,4	1,96
[o] = 397	[v] = 0,2	[vv] = 29,88

Il valore medio di H_1 è dato da:

$$H_{1,M} = \frac{[H_1]}{n} = 0,180.5 \text{ metri}$$

l'e.q.m. della media è:

$$m_{H1,M} = \pm \sqrt{\frac{[vv]}{n(n-1)}} = \pm 4 \cdot 10^{-4} \text{ metri}$$

Il valore medio di H_2 è fornito da:

$$H_{2,M} = \frac{[H_2]}{n} = 0,949.6 \text{ metri}$$

mentre l'e.q.m. della media vale:

$$m_{H2,M} = \pm 7 \cdot 10^{-4} \text{ metri}$$

5.3 — Le equazioni che forniscono le incognite C ed a, provengono dalla cosiddetta « equazione della stadia » che esprime la distanza misurata per via ottica con cannocchiale non centralmente anallattico, angolo parallattico costante, stadia verticale e visuale orizzontale:

$$D_i = C \cdot H_i + a$$

Esse saranno perciò:

$$18,70 = C \cdot 0,180.5 + a$$
$$95,47 = C \cdot 0,949.6 + a$$

Le radici del sistema sono:

$$C = \frac{H_2 - H_1}{D_2 - D_1} = \frac{76.77}{0,769.1} = 99,818$$

$$a = D_1 - H_1 C = D_1 - H_1 \frac{D_2 - D_1}{H_2 - H_1} = 18,70 - 0,180.5 \cdot 99,818 = 0,68 \text{ metri}$$

Gli errori q.m. di C e di a si determinano con le stesse formule generali già applicate al punto 4. : sarà perciò:

$$m_C = \pm \frac{C}{H_2 - H_1} (m_{H1}^2 + m_{H2}^2)^{1/2} \cong \pm 0,1$$

essendo le derivate parziali di C rispetto ad H_1 ed H_2 uguali a:

$$\pm \frac{C}{H_2 - H_1}$$

Le derivate parziali di a rispetto alle variabili H_1 ed H_2 sono:

$$\frac{\partial a}{\partial H_1} = - C \left(1 + \frac{H_1}{H_2 - H_1}\right)$$

$$\frac{\partial a}{\partial H_2} = C \frac{H_1}{H_2 - H_1}$$

Per cui in definitiva si ha:

$$m_a = \pm \left[C\, m_{H1}^2 \left(1 + \frac{H_1}{H_2 - H_1}\right)^2 + m_{H2}^2 \left(\frac{H_1}{H_2 - H_1}\right)^2\right]^{1/2}$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene:

$$m_a = 0,052 \text{ metri}$$

Perciò le costanti calcolate si scriveranno:

$$C = 99{,}82 \pm 0{,}10$$
$$a = m\ 0{,}68 \pm 0{,}05$$

Per una trattazione completa dell'argomento e della teoria degli errori, si veda la nota 3).

6. — I temi per la prova grafica sono stati i seguenti:

1) Per procedere allo spianamento di un lotto di terreno avente forma rettangolare ed i cui lati misurano rispettivamente 200 m e 140 m si è proceduto al rilevamento mediante piano quotato comprendente 11 punti. I dati rilevati in campagna sono i seguenti:

Punti	X	Y	Z
A	0	0	100
B	80	0	107
C	150	0	102
D	200	0	103
E	0	75	107
F	108	85	112
G	200	78	103
H	0	140	106
I	70	140	102
L	150	140	101
M	200	140	108

Rappresentare il piano quotato alla scala 1 : 500 e tenuto presente che la superficie fisica del terreno può essere assimilata alle seguenti facce triangolari piane AEB - EBF - FBC - FCG - GCD - EHI - EIF - IFL - LFG - MLG determinare la linea di passaggio fra sterro e riporto per uno spianamento sul piano orizzontale a quota 104 m. Eseguire inoltre i profili del terreno lungo le due diagonali AM ed HD. (Ore 6).

2) Un appezzamento di terreno a forma rettangolare ha i lati rispettivamente di 120 m e 60 m; l'appezzamento è stato rilevato mediante 5 punti aventi le coordinate:

Punti	X	Y	Z
A	0	0	200
B	120	0	208
C	0	60	212
D	120	60	206
E	55	35	215

Disegnare in scala 1 : 500 il piano quotato e calcolata la quota che dovrebbe avere il piano orizzontale di compenso, determinare la linea di passaggio fra sterro e riporto.

Nella ipotesi poi che si debba procedere ad una divisione staccando dal complesso la striscia determinata dai punti: M (70;0) N (85,50;60) D e B, procedere alla stesura del « tipo di frazionamento » prevedendo una coltura a piacere. (Ore 6).

3) In un riquadro di lati 30 cm x 50 cm riprodurre in scala 1 : 2.000 con

rappresentazione a curve di livello una zona comprendente due fiancate di colline con un piccolo corso d'acqua sul fondo valle. Tracciare l'asse di un tronco stradale che colleghi fra loro le colline e che sia di lunghezza non inferiore a 300 m. La strada deve avere pendenza massima del 5%. Si chiedono il profilo longitudinale e le sezioni trasversali. La mappa deve essere completata con la rappresentazione di alcune zone di terreno a coltivazione diversa (uliveto, bosco d'alto fusto, vigneto, ecc.). (Ore 7).

6.1 — Il tema estratto (n° 1) è qui di seguito risolto. Non necessitano molte parole di commento, trattandosi di lavoro assai semplice da svolgersi solo per via grafica. La determinazione della linea di passaggio potrebbe esser fatta anche col calcolo, ma è più logico seguire la strada suddetta. La determinazione dei punti di passaggio è indicata solo per il lato EI.

FIG. 1

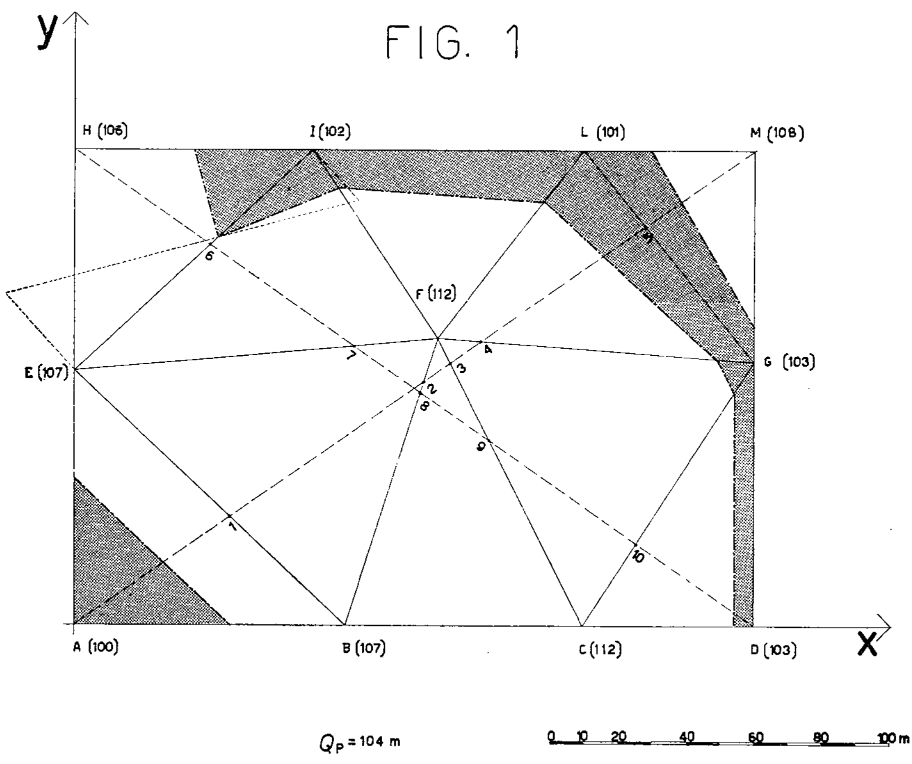


FIG. 2

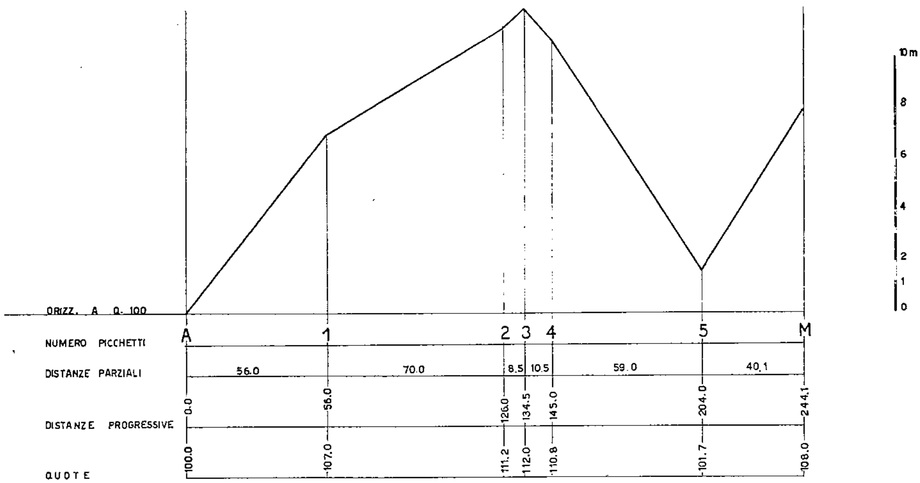
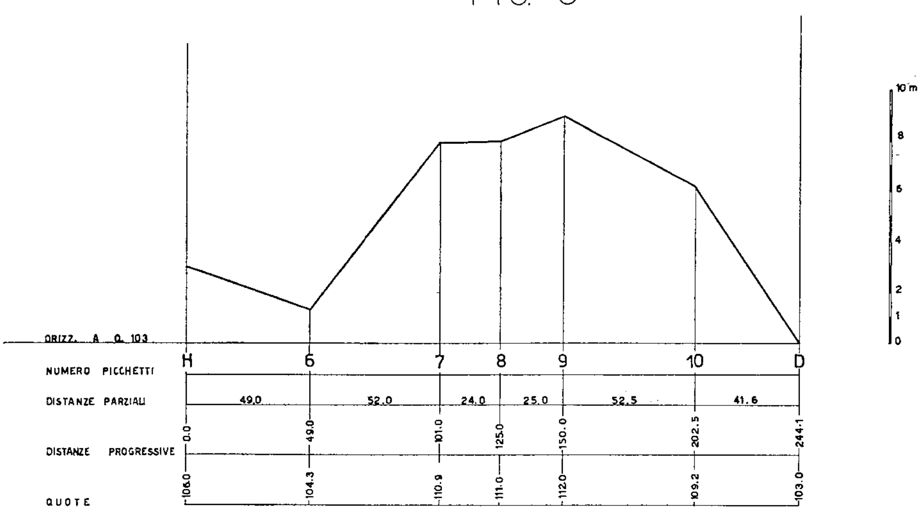


FIG. 3



6.2 — Poche parole per gli altri temi.

Il secondo, è uno spianamento con piano orizzontale di compenso tra sterro e riporto. La soluzione è assai rapida. Si ottiene la quota di progetto con la formula nota:

$$H = \frac{V}{A}$$

ove V è il volume compreso tra i piani verticali passanti per i lati dell'appezzamento, la superficie fisica del terreno, ed il piano orizzontale di quota zero (oppure di quota arbitraria, inferiore alla minima quota presente sul terreno). A è invece l'area dell'intero appezzamento.

Ben poco da dire sul « tipo di frazionamento ». Basta ricordare come è disposto il « mod. 51 » dell'amministrazione catastale, assegnando a piacere i dati relativi alla tariffa d'estimo.

Certo più lungo dei precedenti è il tema n° 3; però anch'esso assai facile e del tutto grafico. Disegnato il terreno a curve di livello, in modo affatto arbitrario (rispettando però la conformazione prescritta dal tema) si delinea il cosiddetto « tracciolino » in rapporto alla scala del disegno ed alla pendenza massima assegnata: com'è noto l'intervallo della poligonale di uniforme pendenza è dato da:

$$i = \frac{e}{p}$$

Rettificato il breve tracciato e raccordati i rettifili con adatte curve circolari, si redige il profilo longitudinale e quindi si disegnano le sezioni trasversali nel modo ben noto.

NOTE BIBLIOGRAFICHE

(1) *C. Bonfigli - L. Solaini;* Trattato di topografia - Le Monnier, Firenze, 1964.
L. Cavalieri; Guida alle operazioni di topografia - Ghisetti & Corvi, Milano, 1964.
— *M. Cunietti;* Strumenti per la misura degli angoli, delle distanze e dei dislivelli - Appunti dal corso di topografia del prof. L. Solaini - Tamburini, Milano, 1959.
— *L. Solaini;* Lezioni di topografia e geodesia - Tamburini, Milano, 1958.
(2) L. Solaini, op. cit.
C. Bonfigli, L. Solaini, op. cit.
Si vedano anche le pubblicazioni delle Case costruttrici di strumenti topografici, nonchè le tavole per il calcolo rapido delle distanze dalle stesse Case pubblicate.
In particolare, per i punti 1) e 2) si veda:
« strumenti topografici, impiego, manutenzione, accessori » a cura della Filotecnica Salmoiraghi - Milano, 1964.
(3) *T. Berlese;* corso di topografia, vol 3° - CEDAM, Padova, 1952.
M. Cunietti; Corso Teorico e pratico sulle misure - Cortina; Milano, 1964.
A. Dragonetti; Esercizi di Topografia - Cortina, Milano, 1960.
AA. Diversi; La topografia negli Istituti tecnici per Geometri - a cura dell'archivio didattico del Ministero della P.I. - Roma, 1963.