

# RECENTI SVILUPPI DEL RILEVAMENTO FOTOGRAMMETRICO DELLA CUPOLA DI SANTA MARIA DEL FIORE IN FIRENZE

MARIO FONDELLI  
*Università degli Studi di Firenze*

1. L'applicazione dei moderni metodi di rilevamento fotogrammetrico nello studio dei monumenti ha registrato in questi ultimi tempi nuovi ed importanti progressi.

La causa principale di questi progressi deve essere attribuita, senza alcun dubbio, ad una maggiore presa di coscienza delle reali possibilità offerte dai metodi fotogrammetrici in questo specifico campo, e dalla urgente necessità di provvedere alla conservazione ed al restauro di numerose opere d'arte del passato [1].

Gioverà ricordare, proprio a questo proposito, che la Fotogrammetria permette di ridurre al minimo indispensabile le misure dirette da effettuare per il rilevamento di un monumento, essendo in grado di sostituirle, nella maggior parte dei casi, con equipollenti misure fotogrammetriche compiute sul modello stereoscopico ottenuto da una opportuna coppia di fotogrammi che lo ritraggono. Un modello, questo, di semplice ed immediata esplorazione, capace oltretutto di documentare nel tempo lo stato istantaneo di conservazione del monumento medesimo.

L'applicazione dei metodi fotogrammetrici nel rilevamento dei monumenti consente poi, in particolare, di ottenere una rappresentazione grafica e numerica dei monumenti stessi completamente indipendente da qualsiasi ipotesi preliminare sulle forme geometriche dei diversi elementi architettonici che li realizzano e sull'orientamento nello spazio tridimensionale che ciascuno di questi elementi presenta [2].

Invero, la restituzione fotogrammetrica può infatti assicurare una rappresentazione grafica e numerica dei diversi elementi architettonici in corso di studio, molto più obiettiva e molto più fedele di quella che possa essere fornita dalla più accorta ed accurata prassi operativa di tipo classico. Una prassi, quest'ultima, basata essenzialmente, com'è noto, sul rilevamento diretto di un ristretto numero di punti che sono poi utilizzati per interpolare le diverse linee del piano e dello spazio delimitanti le singole strutture. Un lavoro, questo dell'interpolazione, molto delicato e che richiede, soprattutto, perizia e prudenza da parte di chi lo esegue, ma che, in fin dei conti, non può condurre altro che ad una rappresentazione teorica od ipotetica del monumento rilevato [3].

A tutto questo aggiungasi infine che le precisioni assicurate dalla Fotogrammetria, nel rilevamento e nel controllo delle diverse strutture architettoniche in esame, possono essere oggi spinte, operando naturalmente in maniera opportuna, fino all'ordine del millimetro [4].

Ma le prospettive che si sono aperte, in questo specifico campo delle

applicazioni fotogrammetriche, superano in verità i limiti di ogni più luttuosa aspettativa.

Una semplice indicazione di quanto possa essere ottenuto dalla Fotogrammetria nel rilevamento dei monumenti può essere offerta dai risultati conseguiti nelle nostre recenti ricerche sulla geometria della Cupola di Santa Maria del Fiore in Firenze (5). Ricerche peraltro tuttora in corso di sviluppo, ma tuttavia già sufficienti per far intravedere nuove possibilità e nuovi indirizzi alla conservazione ed al restauro dei monumenti, alla critica storica architettonica.

Invero, le ricerche avviate intorno alla Cupola di Santa Maria del Fiore hanno permesso di accertare che, tramite la Fotogrammetria, è agevole documentare le anomalie insite in un monumento, le deformazioni dei suoi elementi strutturali, i sollevamenti delle superfici affrescate, le fratture ed i distacchi d'intonaco.

L'applicazione dei metodi fotogrammetrici, opportunamente associata all'elaborazione elettronica, all'interpretazione elastica delle deformazioni ed all'analisi statistica, è inoltre suscettibile di preludere, nella maggior parte dei casi, ad una vera e propria introspezione dei monumenti stessi. Circostanza questa di grande interesse e di grande importanza per il loro restauro e la loro conservazione nel tempo.

2. Senza entrare in merito ai dettagli tecnici dei rilevamenti e delle ricerche analitiche compiute, già descritti in due diverse memorie [5], [6], gioverà comunque ricordare che tramite la Fotogrammetria è stato a noi possibile rappresentare, per la prima volta, la planimetria a curve di livello e le sezioni della grande volta affrescata della Cupola del Brunelleschi ed altresì rilevare, sempre per la prima volta, numericamente nello spazio tridimensionale  $X, Y, Z$  le intersezioni delle vele interne della Cupola, le sezioni sulla mezzera delle vele medesime ed i profili di estradosso di alcuni costoloni meridionali della copertura esterna della Cupola stessa.

Inoltre, è stato a noi possibile avviare anche delle ricerche analitiche sulla geometria delle direttrici relative agli spigoli interni ed esterni della Cupola medesima.

Queste ultime ricerche, rese possibili per la prima volta grazie soprattutto alla Fotogrammetria, hanno consentito di evidenziare con elevata approssimazione, nei profili studiati, una ben netta *direttrice a curvatura variabile* assimilabile ad un *arco di ellisse*.

I risultati numerici ottenuti dai colleghi Paolo Franchi e Francesco Greco della IBM-Italia, che hanno curato le elaborazioni di calcolo, sono riassunti nella *Tavola I*. Per il riferimento sul monumento di questi risultati vedasi la *Figura 1*.

Ma l'interesse maggiore di tutte queste ricerche analitiche non sta tanto nell'aver fatto disegnare dall'elaboratore elettronico la curva di *best fitting* relativa ai valori numerici osservati sui modelli stereoscopici, quanto nell'aver avuto la possibilità di comparare i profili medesimi per rilevare se essi si differenziavano o no significativamente tra di loro.

La conferma è stata ottenuta calcolando, per ogni serie di valori osservati, l'*autocovarianza* e la *funzione dello spettro* relative ai nostri residui. Una conferma, quella ottenuta, che ha anche messo in evidenza l'esistenza sulla Cupola di ricorrenti discontinuità in altezza; discontinuità dovute forse alle tecniche costruttive dell'epoca in cui è stata realizzata.

E' fuori dubbio che la rappresentazione della Cupola in coordinate  $X, Y, Z$  apre maggiori possibilità per lo studio del monumento, rispetto alle possibilità offerte dai tradizionali elaborati grafici (piante, sezioni, pro-

## VALORI DEI PARAMETRI RELATIVI ALLE DIRETTRICI DEI PROFILI DEDOTTI DA P. FRANCHI E F. GRECO

	CUPOLA INTERNA COSTOLONE								CUPOLA ESTERNA COSTOLONE			
	1	2	3	4	5	6	7	8	11	12	17	18
$c_1 \cdot 10^6$	293	406	337	277	236	371	481	308	252	691	263	324
$c_2 \cdot 10^6$	396	487	421	408	342	340	502	416	233	495	268	351
$c_3 \cdot 10^6$	194	109	154	215	237	117	49	186	188	17	186	179
$c_4 \cdot 10^6$	— 37200	— 47134	— 41005	— 35686	— 32095	— 44082	— 53705	— 38473	— 34344	— 75929	— 35379	— 41034
$c_5 \cdot 10^6$	— 12354	— 1098	— 7638	— 15413	— 18396	— 872	— 7948	— 11248	— 12212	— 22968	— 12263	— 9812
$c_6 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^6$
$Z_c$	63,46	58,78	61,33	63,59	65,97	60,86	56,37	62,60	68,71	55,24	67,45	63,97
$R_c$	0,05	— 5,45	— 2,15	2,13	4,04	— 9,19	— 10,67	— 0,47	— 1,51	— 24,14	— 0,53	— 2,33
$S_1$	27,75	31,77	29,25	26,41	24,53	33,82	34,59	28,14	33,95	52,71	33,18	34,91
$S_2$	19,95	27,26	23,11	17,96	15,12	28,48	32,76	20,72	22,50	44,58	23,01	26,52
ECC.	0,70	0,51	0,61	0,73	0,79	0,54	0,32	0,68	0,75	0,53	0,72	0,65