

MODELLAZIONE EMPIRICA DELL'ACCURATEZZA DI VOLUMI CALCOLATI DA RILIEVI FOTOGRAMMETRICI UAS

EMPIRICAL MODELLING OF THE ACCURACY OF VOLUMES COMPUTED FROM UAS SURVEYS

L. Rossi ^a

^a Politecnico di Milano, DICA piazza Leonardo Da Vinci 32, 20133, Milano, lorenzo1.rossi@polimi.it

PAROLE CHIAVE: Fotogrammetria, Validazione dei DSM, Covarianza Empirica, Volumi, UAS.

KEY WORDS: Photogrammetry, DSM Validation, Empirical covariance, Volumes, UAS.

RIASSUNTO

Per il rilievo di aree di media estensione nelle quali sia necessario conoscere un modello digitale tridimensionale del terreno per applicazioni ambientali, è sempre più frequente eseguire riprese fotogrammetriche da UAS. L'uso di questa tipologia di rilievo è legato alla rapidità nell'esecuzione ed alla sua economicità rispetto alle tecniche topografiche o fotogrammetriche tradizionali, oppure all'uso del laser scanner terrestre. In commercio esistono vari software nati appositamente per il processamento di questa tipologia di acquisizioni, basati sulle tecniche della Structure for Motion, la quale unisce la rigosità dei modelli matematici tipici della fotogrammetria classica con gli algoritmi altamente automatizzati della Computer Vision. Questi software solitamente non forniscono nessuna informazione sulla precisione del DSM calcolato. Nel presente lavoro viene analizzato come sia possibile modellizzare empiricamente l'accuratezza di stima del DSM, usando dei punti di validazione misurati con un metodo alternativo e valutando la covarianza empirica del campo delle differenze. Inoltre, viene mostrato come sia possibile propagare questo errore di stima nel calcolo di volumi di materiale ottenuti da due DSM. Il metodo viene testato in un caso reale, dove è stato calcolato il volume di sedimenti rimosso dal fondo di un bacino artificiale confrontando due DSM calcolati da due rilievi fotogrammetrici da UAS eseguiti prima e dopo l'escavazione dei sedimenti. I risultati dimostrano la necessità di modellizzare la correlazione tra le celle del DSM nel calcolo dell'accuratezza del volume, oltre che mostrare la precisione raggiungibile con rilievi da UAS, con una deviazione standard di circa 1% del volume stimato.

ABSTRACT

The survey of medium extension areas, where a three-dimensional digital surface model is required for environmental applications is increasingly performed by means of UAS photogrammetry. The use of this kind of technique is due to its fastness and cheapness, compared to traditional surveying techniques, terrestrial laser scanner or traditional photogrammetry. In the last years, a lot of software packages specialized in UAS photogrammetry have been released. They implement techniques coming from Structure for Motion, which combines the rigorous mathematical models of classical photogrammetry with the high level of automation and matching techniques typically of Computer Vision. These software packages do not usually provide any information about the accuracy of the computed DSM. The work presented in this paper aims to empirically model this error, by using a set of validation points measured with an alternative surveying method to recover the empirical covariance of the field of differences. Furthermore, it is shown how it is possible to propagate the estimation error of two DSM in the calculation of volumes from them. Finally, the method is tested in a real case study where the volume of sediment removed from the bottom of a reservoir has been computed, comparing the DSMs reckoned from two UAS photogrammetric surveys, before and after the mechanical removal of sediments. The results demonstrate that modelling the covariance between the cells of the DSM is fundamental to correctly evaluate the error of the estimated volume, as well as the great accuracy that can be reached by UAS surveys, obtaining a standard deviation of about 1% of the total estimated volume.

1. INTRODUZIONE

Nelle applicazioni ambientali è sempre più frequente la richiesta di realizzare dei modelli tridimensionali delle superfici (DSM) di aree di media estensione, con elevato dettaglio. Un'applicazione tipica è la misura del volume di materiale estratto in una cava (D'Urso et al, 2015), oppure il calcolo del volume di sedimenti che viene rimosso periodicamente dal fondo di un bacino artificiale al fine di mantenerlo efficiente. In entrambi i casi il volume di materiale può essere calcolato confrontando due DSM realizzati nelle due epoche tra le quali si vuole conoscere il volume di materiale estratto o rimosso. Per questo tipo di rilievo si possono impiegare principalmente tre

metodi (Gonzalez-Aguilera et al, 2008): metodi topografici classici, rilievi GNSS e fotogrammetria digitale. Lo scopo comune delle tre metodologie di rilievo è quello di produrre una nuvola di punti dalla quale sia possibile calcolare successivamente il DSM.

Usando uno dei primi due metodi, o combinandoli, è necessario stazionare sui punti da rilevare. Questa operazione rende necessario poter accedere fisicamente all'area oggetto di rilievo, a meno che venga usata una stazione totale equipaggiata con un distanziometro laser che, quindi, sia in grado di operare senza la necessità di usare un prisma retro-riflettente. È comunque necessario considerare che in base al materiale di cui è composta la superficie da rilevare può esserci un decadimento

della precisione e/o della portata del distanziometro (Burton et al, 2011). Un'evoluzione di questo metodo è rappresentata dalla MultiStation prodotta recentemente da Leica (Leica Geosystem, 2016). In sostanza, questo strumento è una stazione totale robotizzata equipaggiata con un distanziometro laser capace di acquisire fino a 1000 punti/sec con precisione millimetrica ad una distanza minore di 300 m. Aumentando la distanza dall'oggetto (fino ad un massimo di 1000 m) si riduce la frequenza di misura, mantenendo comunque la stessa precisione. Grazie all'elevata frequenza di misura è possibile acquisire delle nuvole di punti con una risoluzione molto elevata (da scegliere di volta in volta in base all'estensione dell'area ed al tempo a disposizione) posizionando così questo strumento a metà tra una stazione totale ed un laser scanner terrestre (TLS); anche quest'ultimo rappresenta un'ulteriore soluzione possibile per la creazione di nuvole di punti (Alba, et al, 2006) senza accedere direttamente all'area in oggetto. Lo svantaggio dei TLS è la necessità di riallineare le nuvole di punti acquisite dalle varie stazioni con algoritmi come l'Iterative Closest Point (ICP) (Chen e Medioni, 1991; Besl e McKay, 1992), tramite l'identificazione della rototraslazione che minimizza le distanze tra le varie nuvole di punti. Questa operazione non è richiesta dalla MultiStation poiché le nuvole di punti generate sono legate tra di esse da un rilievo topografico tradizionale, acquisito direttamente con lo stesso strumento.

Da ultimo, la fotogrammetria permette sicuramente il rilievo delle porzioni di territorio senza accedere direttamente all'area da rilevare. Inoltre, qualora l'estensione di quest'area sia ridotta è possibile eseguire il rilievo montando una fotocamera digitale amatoriale su un drone, che unito al sistema di controllo a terra ed al sistema di comunicazione costituisce un UAS (Unmanned Aerial System). In funzione dell'estensione e delle caratteristiche morfologiche dell'area da riprendere può essere più conveniente l'impiego di un veicolo multi-rotore, piuttosto che uno ad ala fissa. Rispetto alla fotogrammetria tradizionale, in cui le riprese sono effettuate da aereo o da elicottero con camere fotogrammetriche calibrate in laboratorio, la precisione a parità di distanza dall'oggetto rilevata è minore, come conseguenza della minore qualità delle ottiche presenti sulle camere amatoriali. In compenso, i droni permettono di mantenere una quota di volo molto più ridotta di quanto sia possibile fare con un aereo o con un elicottero (Chiabrando et al, 2012), permettendo di avvicinarsi all'oggetto da rilevare e compensando così la perdita di precisione legata all'uso di fotocamere amatoriali. Inoltre, gli algoritmi usati per il processamento dei dati usati nella fotogrammetria da UAS sono più simili a quelli impiegati nella fotogrammetria terrestre, dove per incrementare la precisione nella stima dei punti vengono aggiunte delle immagini oblique. Data questa similitudine con la fotogrammetria terrestre, anche nel campo della fotogrammetria da UAS le tecniche di Structure from Motion (SfM) stanno diventando sempre di più uno standard. Esse permettono, infatti, di combinare la rigorosità dei modelli matematici della fotogrammetria classica con le tecniche fortemente automatizzate della Computer Vision (Roncella et al, 2011). Con l'uso di queste tecniche è possibile ricavare delle nuvole di punti dense dalle quali è possibile calcolare un DSM dettagliato; sono ormai numerosi i software che permettono di ottenere tale risultato. Per un confronto di alcuni di essi si faccia riferimento ad esempio a (Sanise et al. 2014). La maggior parte di questi software non fornisce come output l'errore di stima di ciascuna cella del DSM se non, raramente, sotto forma di un indice di qualità dipendente dal numero di punti della nuvola usati per calcolare il valore di ciascuna cella. Inoltre, la stima

del valore di ciascuna cella del DSM non è completamente indipendente da quella delle celle vicine, in quanto i valori sono calcolati a partire dallo stesso set di immagini. Di conseguenza, gli errori presenti nell'orientamento dei fotogrammi vengono propagati, correlando le quote delle celle vicine. Considerando l'esistenza di questa lacuna nei software e volendo conoscere la precisione con cui è possibile calcolare il volume a partire dalla differenza tra due DSM è necessario introdurre una modellazione empirica. Questo tipo di approccio risolve anche il problema della memorizzazione delle matrici di covarianza del DSM che, se calcolate puntualmente, sarebbero impossibili da gestire e memorizzare con i mezzi informatici odierni, data l'elevata quantità di celle che si possono ottenere; infatti, con un rilievo fotogrammetrico da UAS è possibile realizzare delle riprese caratterizzate da una GSD (Ground Sampling Distance) di pochi centimetri, grazie alla vicinanza dell'oggetto da rilevare. Di conseguenza è possibile calcolare DSM su griglie regolari con passo centimetrico che si traducono, a seconda dell'estensione dell'area rilevata, in svariati milioni di celle. Lo scopo del presente lavoro è di analizzare come sia possibile propagare l'errore di stima del DSM nel calcolo del volume, modellando empiricamente la covarianza dell'errore che caratterizza la stima del DSM, partendo dalla misura di alcuni punti di validazione eseguita con un metodo differente dalla fotogrammetria. Nei prossimi paragrafi verranno mostrati i principi teorici applicati nella modellazione empirica dell'errore del DSM e nella sua propagazione al volume (paragrafo 2). Successivamente (paragrafo 3) verrà presentato un caso studio in cui il metodo è stato applicato, in occasione del rilievo con UAS del volume di sedimenti rimossi da un bacino artificiale in Valtellina, mediante operazioni di flushing.

2. PRINCIPI TEORICI

Con riferimento agli obiettivi del lavoro, descritti nel paragrafo precedente, verranno introdotti ora i principi teorici e le assunzioni usati nella modellazione empirica della covarianza e nella sua propagazione al volume.

La prima ipotesi necessaria per rendere possibile il calcolo e la memorizzazione della matrice di covarianza è di considerare che l'errore del DSM sia stazionario nello spazio (Reguzzoni e Venuti, 2004). Con questa assunzione si può descrivere il campo dell'errore con una funzione di covarianza che dipenda solamente dalla differenza tra le coordinate dei due punti considerati, oppure nel nostro caso come una funzione dipendente dalla distanza euclidea tra due punti, come descritto nell'Equazione 1:

$$C(x_j - x_i, y_j - y_i) = C(d_{ij}) \quad (1)$$

dove x, y con i relativi pedici rappresentano le coordinate cartesiane di due generiche celle i e j del DSM e

$d_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$ la distanza euclidea tra le due celle.

Per poter determinare dei valori empirici della funzione di covarianza dell'errore, descritta nell'Equazione 1, è necessario disporre di punti di validazione, che siano stati misurati indipendentemente e con accuratezza sufficientemente maggiore rispetto a quella attesa per il DSM. Per questi punti si deve calcolare il campo di residui $r(x, y)$ rispetto al DSM stesso. Dopo aver verificato che il campo dei residui sia a media nulla (Sansò 1998), si può calcolare la covarianza empirica per differenti intervalli di distanza come descritto nell'Equazione 2:

$$C_{emp}(d) = \frac{1}{N_{ij}} \sum_{\substack{i,j \\ d_1 < d_{ij} \leq d_2}} r(x_i, y_i) r(x_j, y_j) \quad (2)$$

dove i e j sono due punti generici, d_1 e d_2 rappresentano i raggi massimo e minimo della corona circolare il cui valore verrà assegnato alla distanza media d ed N_{ij} è la numerosità dei valori ricadenti all'interno della corona circolare. Inoltre è necessario interpolare i valori così ottenuti con una funzione definita positiva, per garantire che la matrice di covarianza derivata successivamente sia anch'essa definita positiva (Mussio, 1984). Prima di propagare la covarianza del DSM così calcolata al volume derivato è necessario richiamare il legame tra la quota h_i delle celle del DSM ed il volume V , stimato a partire da esse. Solitamente questa operazione si esegue per calcolare la differenza di volume tra due epoche ed è comodo valutare il volume di ciascuna epoca rispetto ad un piano di riferimento definito deterministicamente e fissato ad una quota \bar{h} , come mostrato nell'Equazione 3:

$$V = \sum_{i=1}^N A_i (h_i - \bar{h}) \quad (3)$$

dove h_i e A_i sono rispettivamente la quota e l'area di ciascuna cella del DSM. Si noti che a seconda della scelta di \bar{h} il valore del volume calcolato potrebbe anche risultare negativo. Sarebbe quindi opportuno scegliere un valore di \bar{h} tale per cui questo non avvenga, in quanto senza significato fisico.

Data la regolarità della griglia che compone il DSM, l'area di ciascuna cella è costante e viene assunta pari ad A_c , di conseguenza l'Equazione 3 può essere riscritta nel seguente modo:

$$V = A_c (\mathbf{e}^T \mathbf{h} - \bar{h}) \quad (4)$$

dove \mathbf{e} è un vettore unitario di dimensione pari al numero di celle del DSM ed \mathbf{h} è un vettore contenente le quote h_i di ciascuna cella del DSM.

Applicando la legge di propagazione della varianza (Sansò, 1996) si può derivare la varianza del volume, come mostrato nell'Equazione 5:

$$\sigma_{\Delta V}^2 = A_c^2 \mathbf{e}^T \mathbf{C} \mathbf{e} \quad (5)$$

L'elevato numero di celle che possono comporre il DSM non rende sempre possibile il calcolo dell'Equazione 5, data l'impossibilità di salvare in memoria la matrice di covarianza \mathbf{C} , ma grazie al fatto che il campo dell'errore è stazionario e che il DSM è grigliato regolarmente la matrice di covarianza assume la forma di una matrice di Toeplitz a blocchi (Gray, 2006). Dato che il prodotto $\mathbf{e}^T \mathbf{C} \mathbf{e}$ rappresenta la somma per righe e per colonne della matrice \mathbf{C} , è possibile semplificarlo sfruttando la ripetizione ciclica dei blocchi.

Per comprendere meglio come avviene la semplificazione del calcolo è utile mostrare un esempio per un caso monodimensionale, dove la matrice di covarianza \mathbf{C} ha una struttura di Toeplitz non a blocchi.

Assumendo che t sia la variabile indipendente dello spazio 1D scelto, la matrice di covarianza \mathbf{C} può essere scritta in funzione della distanza $\tau_{i,j} = |t_j - t_i|$ di ogni coppia di punti i, j , calcolando tutti gli elementi $C(\tau_{i,j})$ che la compongono, come visibile nell'Equazione 6:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C(\tau_0) & C(\tau_1) & C(\tau_2) & \cdots & C(\tau_{N-1}) \\ C(\tau_1) & C(\tau_0) & C(\tau_1) & \cdots & C(\tau_{N-2}) \\ C(\tau_2) & C(\tau_1) & C(\tau_0) & \cdots & C(\tau_{N-3}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C(\tau_{1-N}) & C(\tau_{2-N}) & C(\tau_{3-N}) & \cdots & C(\tau_0) \end{bmatrix} \quad (6)$$

dove $\tau_0 = 0$ e $C(\tau_k) = C(\tau_{-k})$. Inoltre, l'Equazione 6 mostra come la matrice di covarianza abbia la struttura di una matrice di Toeplitz. Applicando la legge di propagazione della varianza, mostrata in Equazione 5, si ottiene:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta V}^2 &= A_c^2 \mathbf{e}^T \mathbf{C} \mathbf{e} = A_c^2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N C(\tau_{i-j}) = \\ &= A_c^2 \sum_{i=1}^N \sum_{k=-N+1}^{N-1} C(\tau_k) \chi_{|t_i - t_i, t_i - t_N|}(\tau_k) \end{aligned} \quad (7)$$

dove N è il numero totale di celle del DSM e $\chi_{|t_i - t_i, t_i - t_N|}(\tau_k)$ è una funzione caratteristica definita come:

$$\chi_{|t_i - t_i, t_i - t_N|}(\tau_k) = \begin{cases} 1 & t_i - t_1 \leq \tau_k \leq t_i - t_N \\ 0 & \text{altrove} \end{cases} \quad (8)$$

Il termine $\sum_{k=-N+1}^{N-1} C(\tau_k) \chi_{|t_i - t_i, t_i - t_N|}(\tau_k)$ presente nell'Equazione 7

è una sommatoria di convoluzione tra la funzione di covarianza e la funzione caratteristica, che può essere calcolata, applicando il teorema della convoluzione, mediante la trasformata di Fourier (Papoulis, 1977). Infine, sommando tutti gli elementi ottenuti dalla convoluzione è possibile calcolare il valore della varianza del volume, senza la necessità di memorizzare l'intera matrice di covarianza, operazione che a seconda del numero di elementi N potrebbe non essere possibile con i mezzi informatici disponibili oggi. È da notare che siccome il campo dell'errore del DSM è bidimensionale, è necessario usare la trasformata di Fourier bidimensionale, lasciando comunque inalterato il procedimento. Quando si calcola la trasformata di Fourier della funzione di covarianza $C(\tau)$ è necessario verificare che lo spettro della contenga solo valori positivi, in accordo con il teorema di Wiener - Khinchin, secondo il quale questa condizione garantisce che la matrice di covarianza sia definita positiva (Wiener, 1964).

3. CASO STUDIO SPERIMENTALE

Il metodo descritto nel paragrafo 2 è stato testato durante due rilievi fotogrammetrici da UAS realizzati allo scopo di calcolare il volume di sedimenti rimosso dal fondo della diga di Fusino, in provincia di Sondrio, durante le operazioni di flushing avvenute alla fine del mese di settembre 2015. Il flushing (Fruchard e Camenen, 2012) è una tecnica di rimozione meccanica dei sedimenti che si depositano sul fondo del bacino, necessaria a mantenere efficiente il funzionamento della diga e degli impianti di produzione di energia elettrica ad essa collegati. La rimozione dei sedimenti avviene svuotando completamente l'invaso e scaricandoli a valle. Per motivi ambientali, è richiesto di monitorare la quantità di sedimenti che viene scaricata a valle. L'area interessata dalla rimozione, indicata in rosso in Figura 1, ha una dimensione di circa $500 \times 300 \text{ m}^2$, quindi il metodo più rapido ed economico per realizzare un modello tridimensionale dal quale determinare il

volume di sedimenti è l'uso di riprese fotogrammetriche da UAS. In particolare, sono stati realizzati due voli, uno all'inizio ed uno alla conclusione delle operazioni di flushing, rispettivamente il 21 ed il 30 settembre 2015 (Pagliari et al, 2016). Il piano di volo è mostrato dalla linea gialla in Figura 1. Data l'estensione del bacino e vista la necessità di atterrare e decollare verticalmente, legata all'orografia del fondo del bacino e dell'area circostante, visibile in Figura 2, il rilievo è stato eseguito con un elicottero con a bordo una camera digitale Canon EOS M, con ottica a focale fissa da 22 mm.

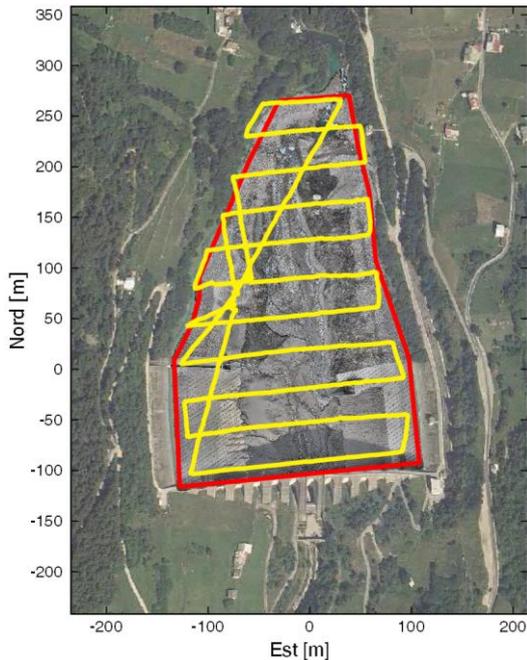


Figura 1. Ortofoto dell'area oggetto di rilievo. La linea rossa identifica l'area oggetto di rilievo, mentre le linee gialle rappresentano il piano di volo usato per entrambi i rilievi



Figura 2. Modello tridimensionale del bacino

Ciascuno dei due rilievi è stato processato indipendentemente con il software Agisoft PhotoScan con il quale è stato calcolato anche il DSM per ciascuna epoca. Infine, dal confronto tra i due differenti DSM è stato stimato il volume di sedimenti rimossi durante l'operazione di flushing. Il software usato non calcola nessun dato sull'accuratezza di stima del DSM, così per poterla valutare è necessario modellare empiricamente la covarianza dell'errore. Al fine di permettere questa operazione contemporaneamente ad entrambi i rilievi fotogrammetrici sono stati misurati una serie di punti di validazione, usando una stazione totale robotica di alta precisione (deviazione standard di 0.5" per le misure angolari e di 2 mm per le distanze senza

prisma). Lo strumento permette di misurare una griglia regolare di punti in modo automatico. È stato impostato con una risoluzione a terra fino a 2 m, variando il settaggio in funzione della morfologia del terreno. I punti di validazione sono stati osservati da 5 stazioni differenti reciprocamente misurate e disposte secondo lo schema mostrato in Figura 3.

In questo modo è stato possibile evitare alcuni ostacoli presenti ed aumentare la ridondanza del sistema. Inoltre, la rete è stata orientata misurando due stazioni anche tramite strumentazione GPS, acquisendo i dati in modalità statica e post-processandoli successivamente, garantendo così una elevata precisione. Grazie alle misure GPS è stato anche garantito di ottenere le stime delle coordinate dei punti di validazione nello stesso sistema di riferimento dei punti di appoggio del rilievo fotogrammetrico, anch'essi misurati con stazione totale integrata con il GPS, garantendo così la corretta georeferenziazione in fase di validazione. Le tre reti realizzate (due per i punti di validazione ed una per i punti di appoggio del volo fotogrammetrico) sono state compensate ai minimi quadrati con il software GeoNet, sviluppato al Politecnico di Milano (Rossi et al. 2012), ottenendo un'accuratezza media sub-centimetrica delle coordinate stimate. In totale sono stati misurati circa 1000 punti per validare il rilievo del 21 settembre e circa 500 per quello del 30 settembre, in funzione del tempo a disposizione per il rilievo nelle due date.

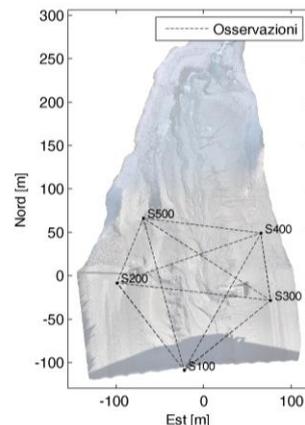


Figura 3. Schema della rete topografica usata per la misura dei punti di controllo

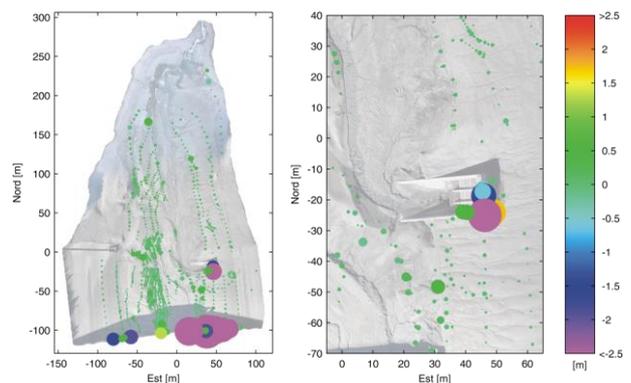


Figura 4. Residui tra il DSM ed il dataset di validazione per il rilievo del 21 settembre. Il colore e la dimensione dei punti indicano la dimensione dell'errore. L'immagine a sinistra mostra una visione d'insieme, mentre quella a destra è un ingrandimento di un'area dove si evidenziano dei problemi legati a rapide variazioni del DSM

L'elevata accuratezza di queste stime permette di usarle come riferimento per la validazione dei DSM. Per valutare la differenza con i punti di validazione la quota del DSM viene interpolata usando il metodo Nearest Neighbour. In Figura 4 è possibile osservare la distribuzione spaziale dei residui del rilievo del 21 settembre, portata come esempio. Si può notare come nelle aree di rapida variazione del terreno, come nel caso della presenza di un muro, siano presenti delle differenze notevoli tra il DSM fotogrammetrico ed il dataset di validazione. Purtroppo, la struttura del DSM non permette la rappresentazione di una superficie verticale, in quanto si dovrebbe assegnare alla stessa cella due valori: la quota superiore e quella inferiore. Inoltre, avendo misurato i punti di validazione in modo automatico, potrebbero essere stati osservati ad una qualunque quota intermedia tra quella superiore e quella inferiore. Non essendo certi della corrispondenza tra i punti del DSM e quelli di validazione in corrispondenza di superfici verticali, questi non sono stati considerati nel dataset di validazione. In totale questi punti sono meno dell'1% del totale dei punti di validazione in ciascuno dei due casi e rimuovendoli si garantisce comunque una buona numerosità del campione su cui vengono eseguite le statistiche. La distribuzione statistica dei residui, è visibile negli istogrammi presentati nelle Figure 5 e 6. Come mostrato in Tabella 1 in entrambi i casi la media risulta molto vicino a 0 e la varianza pari a circa 5 cm, garantendo la possibilità di usare questo campo di residui per modellare empiricamente la covarianza dell'errore del DSM.

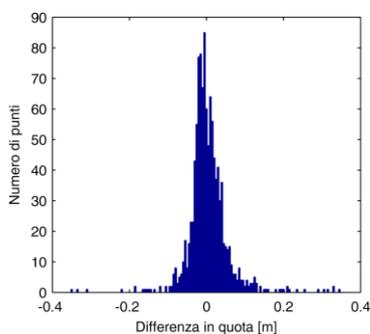


Figura 5. Istogramma dei residui tra il DSM ed il dataset di validazione per il rilievo del 21 settembre

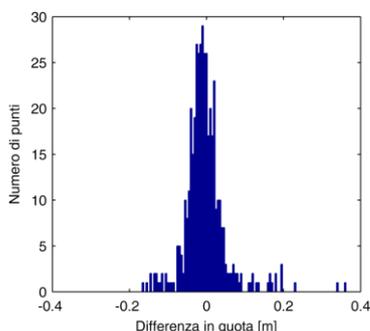


Figura 6. Istogramma dei residui tra il DSM ed il dataset di validazione per il rilievo del 30 settembre

Data	Media	Deviazione standad
21 settembre	0.003 m	0.054 m
30 settembre	-0.004 m	0.053 m

Tabella 1. Media e deviazione standard dei residui tra ciascun DSM ed il dataset di validazione.

Applicando quanto descritto nell'Equazione 2 si può calcolare la covarianza empirica, discretizzando la distanza in classi di ampiezza di 2 m ciascuna. Di seguito vengono riportati i risultati ottenuti nel rilievo effettuato il 21 settembre. Nella Figura 7 sono visibili i punti della covarianza empirica stimati e la funzione di covarianza modello stimata. Dato che è necessario che la funzione sia definita positiva, in modo che dia luogo ad una matrice di covarianza definita positiva è stata scelta una funzione esponenziale (Reguzzoni e Venuti, 2004) della forma descritta nell'Equazione 9:

$$C(d) = a \exp(-b |d|) + k \delta_{d,0} \quad (9)$$

dove a e b sono dei parametri da stimare cosicché la funzione di covarianza interpoli la covarianza empirica, d è la distanza euclidea tra due punti e $\delta_{d,0}$ è la funzione delta di Kronecker, che in questo caso assume valore pari ad 1 solo quando la distanza d ha un valore pari a 0. I valori di a e b vengono stimati usando il metodo dei minimi quadrati cercando la forma che meglio interpola i punti della covarianza calcolati empiricamente, con esclusione del valore della varianza, che viene usato per la stima del valore del parametro k , ricavato facendo sì che la funzione di covarianza passi per la varianza nell'origine. I valori ottimali dei parametri sono visibili in Tabella 2 e la funzione di covarianza modello stimata è mostrata con una linea rossa nella Figura 7.

Parametro	Valore
a	$5.8958 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
b	$6.8394 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$
k	$2.3031 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

Tabella 2. Parametri stimati per la funzione di covarianza

Si può notare come la funzione di covarianza modellizzata abbia qualche difficoltà a descrivere le distanze minori di 10 m. Questo fatto, probabilmente, è legato alla ridotta quantità di punti presenti a queste distanze nel dataset di validazione, come si può vedere in Figura 8.

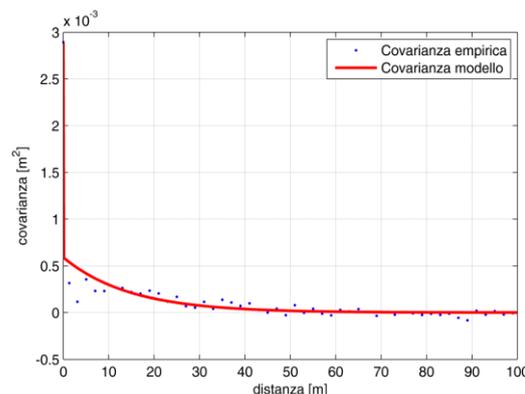


Figura 7. Covarianza empirica e modello in funzione della distanza

Lo stesso procedimento è stato eseguito con il dataset di validazione del rilievo del 30 settembre, ottenendo un risultato del tutto analogo, che per motivi di sintesi non viene riportato. Il volume di sedimenti rimosso è stato valutato partendo dalla differenza in quota di ciascuna cella dei due DSM, mostrata in Figura 9. In dettaglio, il volume può essere calcolato applicando l'Equazione 10, derivata combinando l'Equazione 4 scritta per i due DSM usando lo stesso piano di riferimento \bar{h} :

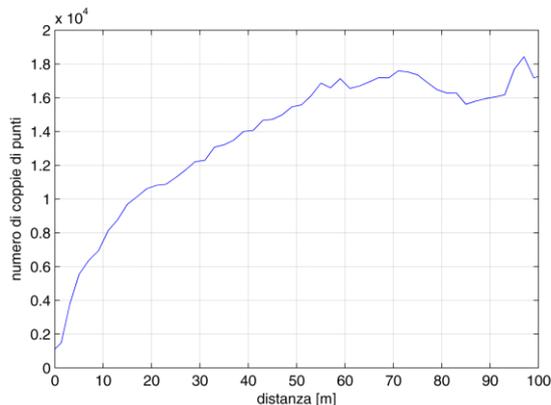


Figura 8. Numerosità delle coppie di punti usati per stimare la covarianza empirica a ciascun valore della distanza

$$\Delta V = A_c \mathbf{e}^T (\mathbf{h}_2 - \mathbf{h}_1) \quad (10)$$

Inoltre, avendo definito la funzione di covarianza è possibile, applicando la legge di propagazione della varianza, determinare l'accuratezza di stima del volume in accordo con l'Equazione 11:

$$\begin{aligned} \sigma_{\Delta V}^2 &= A_c^2 \begin{bmatrix} \mathbf{e}^T & -\mathbf{e}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_2 & 0 \\ 0 & C_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{e} \\ -\mathbf{e} \end{bmatrix} \\ &= A_c^2 (\mathbf{e}^T C_2 \mathbf{e} + \mathbf{e}^T C_1 \mathbf{e}) \end{aligned} \quad (11)$$

dove C_1 e C_2 sono rispettivamente le matrici di covarianza dei due rilievi eseguiti il 21 ed il 30 settembre, ricavate con il metodo mostrato.

Infine, come descritto precedentemente è stata calcolata la convoluzione mostrata nell'Equazione 7, ottenendo così la stima della varianza del volume calcolato. In totale è stato stimato un volume di sedimenti rimossi pari a circa $2.6 \times 10^5 \text{ m}^3$, con una deviazione standard di circa 280 m^3 , che corrisponde a poco più del 1% del volume di sedimenti rimossi.

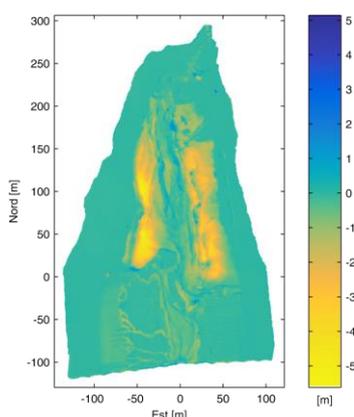


Figura 9. Differenza di quota del DSM calcolato per il rilievo del 30 settembre e quello calcolato per il 21 settembre

È importante sottolineare che se si fosse eseguita la propagazione della varianza senza considerare la correlazione, la deviazione standard del volume sarebbe stata eccessivamente sottostimata. Infatti, trascurando la correlazione tra le celle le matrici C_1 e C_2 assumerebbero una forma diagonale, dove la varianza sarebbe quella di ciascuno dei due DSM. In questo

caso la propagazione dell'errore al calcolo del volume di sedimenti rimosso, in accordo con l'Equazione 11, produrrebbe una stima della deviazione standard pari a circa 0.50 m^3 , ovvero meno del 0.0001% del volume stimato, portando ad una sottostima dell'accuratezza del volume stesso.

Non esistendo nessun modo per stimare l'accuratezza dei DSM, non è detto che la covarianza empirica consideri correttamente tutti gli effetti locali, legati specialmente al ricoprimento a terra dei fotogrammi; questo fatto è legato al fatto di aver introdotto l'ipotesi di stazionarietà, necessaria a rendere possibile la gestione della matrice stessa.

4. CONCLUSIONI

Nel presente lavoro è stato studiato come sia possibile modellizzare empiricamente la distribuzione dell'errore in un DSM fotogrammetrico, a partire da un dataset di punti di validazione misurati con un metodo alternativo.

Al fine di permettere l'analisi empirica della covarianza è stato necessario introdurre l'ipotesi di errore distribuito in modo omogeneo ed isotropo (stazionarietà). È facile comprendere che questa ipotesi potrebbe trascurare degli effetti locali, che possono essere legati principalmente al ricoprimento a terra dei fotogrammi o alla forma stessa del terreno. Di conseguenza per poter applicare correttamente questo tipo di valutazione dell'errore bisogna verificare che il ricoprimento sia più costante possibile su tutta l'estensione del rilievo, condizione da tenere in considerazione durante la fase di pianificazione del volo.

Questo tipo di modellazione empirica, unito al fatto di usare DSM calcolati su una griglia regolare, ha il grande vantaggio di rendere possibile l'applicazione della legge di propagazione della varianza per la stima dell'accuratezza del volume, anche nel caso in cui il DSM sia composto da svariati milioni di celle. Infatti, questo calcolo sarebbe impossibile dato che la dimensione delle matrici di covarianza sarebbe tale da non poterle mantenere in memoria in un comune PC. Nel caso studio è stato mostrato come sia possibile applicare praticamente il metodo ad un dataset reale e come, sfruttando dei rilievi da UAS, sia possibile eseguire delle stime di volume con precisioni relative molto basse, in questo caso di poco maggiori del 1%. Infatti è stato stimato un volume di sedimenti rimosso di circa $2.6 \times 10^5 \text{ m}^3$, con una deviazione standard di circa 280 m^3 .

Infine, è da notare che se si fosse considerata unicamente la deviazione standard dell'errore, evitando la modellazione empirica della covarianza e, di conseguenza, considerando l'errore unicamente come rumore bianco incorrelato, si sarebbe ottenuto un valore di accuratezza del volume fin troppo ottimistico (dell'ordine del 0.0001% del volume stimato). L'esperimento ha evidenziato la necessità di considerare i termini di covarianza del DSM, denotando una correlazione tra celle vicine che introduce effetti non trascurabili sulla stima della precisione del volume.

5. RINGRAZIAMENTI

Vorrei ringraziare Mirko Reguzzoni per le utili discussioni che hanno portato grandi miglioramenti in questo lavoro, oltre che Livio Pinto, Diana Pagliari e Daniele Passoni che hanno partecipato al rilievo ed all'elaborazione fotogrammetrica dello stesso permettendo la realizzazione di questo progetto.

6. BIBLIOGRAFIA

- Alba M, Fregonese L, Prandi F, Scaioni M, Valgoi P, 2006. Structural monitoring of a large dam by terrestrial laser scanning. *International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*. 36(5):6.
- Besl PJ, McKay ND, 1992. Method for registration of 3-d shapes. *Robotics-DL tentative. International Society for Optics and Photonics*. pp. 586-606.
- Burton D, Dunlap DB, Wood LJ e Flaig PP, 2011. Lidar intensity as a remote sensor of rock properties. *Journal of Sedimentary Research*, 81(5), pp. 339-347.
- Chen Y, Medioni G, 1991. Object modeling by registration of multiple range images. *Robotics and Automation, 1991. Proceedings., 1991 IEEE International Conference on. IEEE*. pp. 2724-2729.
- Chiabrando F, Lingua AM, Maschio PF, Rinaudo F, Spanò A, 2012. Mezzi aerei non convenzionali a volo autonomo per il rilievo fotogrammetrico in ambito archeologico. *Una giornata informale per i 70 anni del Prof. Carlo Monti*, Milano, (3 maggio 2012), pp. 1-12.
- D'Urso MG, Gargiulo A, Rotondi A e Bracaglia R, 2015. Un'applicazione al settore ambientale di fotogrammetria con piattaforma UAV. *Atti 19a Conferenza nazionale Asita*, pp.347-354
- Fruchard F e Camenen B, 2012. Reservoir sedimentation: different type of flushing-friendly flushing example of genissiat dam flushing. *ICOLD International Symposium on Dams for a changing world*, pp. 6-p.
- González-Aguilera D, Gómez-Lahoz J, e Sánchez J, 2008. A new approach for structural monitoring of large dams with a three-dimensional laser scanner. *Sensors*, 8(9), pp. 5866-5883.
- Gray RM, 2006. *Toeplitz and circulant matrices: A review*. now publishers inc.
- Leica Geosystem, 2016. <http://leica-geosystems.com/products/total-stations/multistation/leica-nova-ms60>; website. (19 Aprile 2016).
- Mussio L, 1984. Il metodo della collocazione minimi quadrati e le sue applicazioni per l'analisi statistica dei risultati delle compensazioni. *Ricerche di geodesia topografia e fotogrammetria* 4, pp. 305-337. Clup.
- Pagliari D, Rossi L, Passoni D, Pinto L, De Michele C, Avanzi F, 2016. Measuring the volume of flushed sediments in a reservoir using multi-temporal images acquired with UAS. *Geomatics, Natural Hazards and Risk*, pp. 1-17.
- Papoulis A, 1977. *Signal analysis*. vol. 191. McGraw-Hill.
- Reguzzoni, M, Venuti, G, 2004. Testing invariance for random field modeling. *V Hotine-Marussi Symposium on Mathematical Geodesy*, pp. 218-225. Springer Berlin Heidelberg.
- Roncella R, Re C, Forlani G, 2011. Comparison of two structure and motion strategies. *ISPRS-International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. 3816, pp. 343-350.
- Rossi L, Sampietro D, Sansò F, 2012. Geonet: un software per la compensazione di reti topografiche integrate. *Atti 16a Conferenza nazionale Asita*, pp.1157-1164.
- Santise M, Passoni D, Pagliari D, 2014. Esperienze di fotogrammetria da UAV per il calcolo di volumi. *Bollettino SIFET*, sezione SCIENZA.
- Sansò F, 1996. *Elementi di teoria della probabilità*. Cittàstudi.
- Sansò F, 1998. *Processi stocastici a tempi discreti*. Cittàstudi.
- Wiener N, 1964). *Time Series*. M.I.T. Press, Cambridge, Massachusetts. p. 42.